OSAKA UNIVERSITY

ENGINEERING SCIENCE

大阪大学

大学院基礎工学研究科システム創成専攻

社会システム数理領域

金融資産の管理運用の合理化、国際化に対応する科学技術の開発は、金融工学・数理ファイナンスの研究を通じて行われます。時間の推移に伴う不規則で複雑な変動を解析し、そのような現象下での最適化を図るためには、確率微分方程式や統計的推測等の高度な数学の最新の成果を必要とし、それらにより得られる理論的な結果を実際の資産管理運用技術に適用するには、大規模で高速な数値解析技術が欠かせません。一方、最近のコンピュータ技術の発展に伴い、大規模なネットワーク化システムや高機能な組込みシステムが出現しています。このようなシステムの解析・設計・制御のためには、従来のシステム理論･最適化理論を拡張する必要があります。さらに、知的で柔軟なシステムを構築するためには、計算知能化技術が重要となります。社会システム数理領域では、高度に数理的手法を駆使してこれらの技術開発に貢献する人材の育成を行い、またその研究・開発を行います。

数理計量ファイナンス講座

統計的推測決定 研究グループ
ファイナンス数理モデル 研究グループ
確率解析 研究グループ
確率過程論 研究グループ

IT 技術と結びついて、金融実務界で組織的に採用されるようになった、デリバティブの価格づけやリスク管理等の金融資産の合理的な運用手法の開発は急務であります。またその他、保険・年金制度等の金融システムの変革に合理的な対応をするためにも数理的手法の開発が欠かせません。これら社会システムにおける数理的手法の開発と人材育成に寄与するため、金融工学・数理計量ファイナンスをはじめとする社会システムに関する数理科学の体系だった研究・教育を、その基礎となる確率解析・確率微分方程式、確率制御、数値解析や、統計数理科学、確率微分方程式の統計推測、フィナンシャルデータ解析等の研究を踏まえて行います。

システム数理講座

複雑システム 研究グループ
システム計画数理 研究グループ

コンピュータの高機能化に伴い、組込みシステムやネットワーク化された複雑なシステムの解析・設計・制御技術が重要となってきています。さらに、人間にとって扱いやすい知的で柔軟なシステムを構築するための計算知能化技術の開発も近年急速に進歩しています。システム数理講座では、これらの技術を支えるシステム理論とオペレーションズ･リサーチの教育と研究を行っています。システム科学、情報科学、人間科学などの融合による新しい学問の創成と社会貢献を目指し、安心・安全なシステムを設計するための数理的手法を開発しています。

数理計量ファイナンス講座 ｜ 統計的推測決定研究グループ

統計数理科学の理論的研究とフィナンシャルデータ解析

http://www.sigmath.es.osaka-u.ac.jp/Stat1/

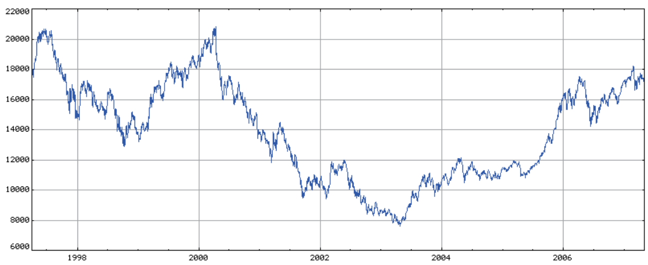
金融データの統計解析及びそれに必要な統計的推測決定理論の研究をしています。特に確率微分方程式モデルなどの確率過程モデルに対してフィッシャーの最尤法やガウスの最小自乗法を適用して、その理論的考察に取り組んでいます。また､保険数理の問題にも取り組み､リスク理論､破産理論、再保険戦略などに対する現代確率論的アプローチや、それらに付随する統計的問題を研究しています。

内田 雅之 教授
uchida@sigmath.es.osaka-u.ac.jp

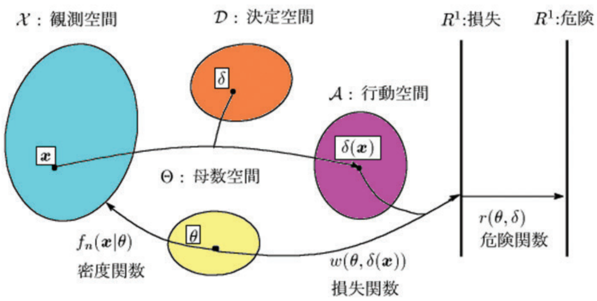
森川 耕輔 講師
morikawa@sigmath.es.osaka-u.ac.jp

研究の背景と課題

統計解析では、統計モデルのパラメータの値や次元をデータから推測し、現象を予測することが非常に重要です。一般に、統計モデルに基づいてデータ解析するときフィッシャーの最尤法やガウスの最小自乗法などの統計的手法を用います。特に、最尤法による尤度解析は、モデル選択のための赤池情報量規準や甘利情報幾何学により、その有効性が解明されました。未知パラメータをもつ確率密度関数にデータを代入したものをパラメータに関する「尤度関数」と見なし、この尤度関数を最大にするパラメータを最尤推定量として定義しパラメータの真値を推定する方法を最尤法といいます。当研究室では最尤法を中心に統計数理科学の理論的研究を進めています。コンピュータの発達と経済・社会のグローバル化により、各種データベースが整備され、多種多様な統計モデルの開発及び適用が実現し、さらに統計的手法のシミュレーションが可能になってきました。それにより、フィナンシャル（金融）データなどの膨大な時系列データを統計解析するために様々な統計モデルが考案されています。 例えば、伊藤清博士による確率微分方程式モデルは連続時間確率過程の代表的な確率過程モデルです。時系列データ、特にフィナンシャルデータにおいても最尤法のアイデアが有効であり、当研究室では確率微分方程式などの確率過程モデルに対して最尤法に基づいた統計的方法論について研究しています。また、確率過程モデルは金融データ解析以外にも応用されています。例えば、医学の分野では生存時間解析、地球物理学の分野では統計地震学という研究分野があります。当研究室ではこれらの分野で生じる固有の問題に対しても適用可能な統計手法の開発、及びその統計的性質の解明を行っています。



日経平均株価

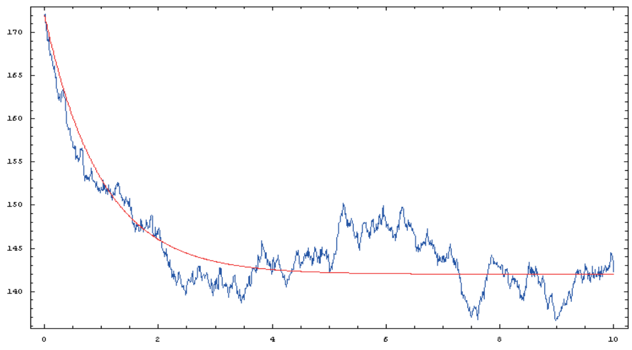


統計的推測決定図式

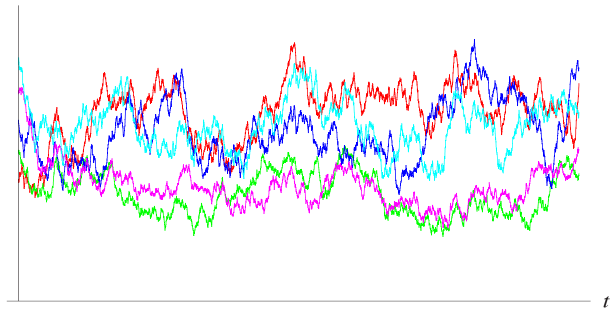
確率微分方程式の統計的推測

内田教授は連続時間確率過程モデル、特に確率微分方程式モデルの統計推測及びフィナンシャルデータ解析に興味をもっております。確率微分方程式によって定義される拡散過程は一般には確率推移密度関数（尤度関数）を明示的に求めることができないため、統計推測において強力な道具である尤度解析を直接的に用いることができないという難点があります。そこで尤度関数の近似（擬似尤度関数）を考え、擬似尤度解析を用いて、擬似最尤推定量の漸近的性質を示しました。特に微小拡散過程モデルに対して、スコア関数の近似として近似マルチンゲール推 推定量の１次漸近有効性を証明しました。

また、エルゴード的拡散過程に従う高頻度データを用いて、予測の意味で最適な拡散過程モデルを選択するための情報量規準を構成しました。具体的には、厳密な対数尤度関数および最尤推定量の代わりに、コントラスト関数 (擬似対数尤度関数) と最小コントラスト推定量を用いた情報量規準 (Contrast based Information Criterion, CIC) を導出し、マリアバン解析を用いて CIC の数学的正当化を行いました。



微小拡散過程とダイナミカルシステム

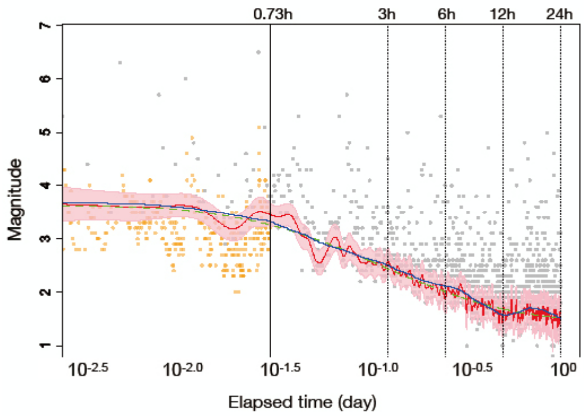


多次元エルゴード的拡散過程の高頻度データ

偏りのある確率過程モデル

森川講師は確率過程モデルの中でも特に、生存時間解析や統計地震学といった偏りのある確率過程モデルの解析を行っています。生存時間解析では、新しく開発された薬剤の有効性の評価を臨床試験の生存時間データから行います。また統計地震学では、ある規則に従ってランダムに発生する本震や余震のデータから、その余震の統計的性質を解明し、余震発生の確率予測を行います。これらのデータのメカニズムは非常に複雑で、例えば生存時間解析であれば患者の死亡などによる脱落、競合リスクによる死亡といった原因でデータの欠測が生じてしまいます。また、統計地震学であれば本震直後の地震計の SN 比の悪さから余震の未検出が生じます。このように当初予定していたデータに欠測が生じるデータを欠測値データと呼び、データの欠測を無視した解析は推定結果にバイアスを生じてしまいます。これらの複雑なデータに対して、データの欠測が生じるメカニズムを特定しモデルを補正することで、データが完全なものでなくても統計的推測を可能とする手法の理論構築を研究しています。

例えば、右図では 2004 年に発生した中越地震の本震発生後１日以内に発生した余震の検出確率を推定しています。赤線は推定された「各時刻で 50% の確率で検出するために必要な余震のマグニチュード（余震の検出しにくさ）」を表しています。このように、余震は時間と共に検出しやすくなる一方で、時間変化に関して複雑な関数形となります。統計学の力によりその挙動をデータから、特に検出されたデータのみで捉え、解析することが可能となります。



中越地震 (2004) に対する余震の検出確率の推定

研究方法と環境

統計数理科学やフィナンシャルデータ解析を研究するために、独力で図書や論文を読み、自分の手で計算するという従来の研究スタイルが要求されますが、それだけでは十分ではありません。机上の理論で終わらせないために

(1) 数値実験による理論検証

(2) 実データを用いた統計分析

などを行い、コンピュータ関連のスキルアップをはかります。

具体的には

(1) 数式処理ソフト：Mathematica や Maple

(2) 統計ソフト：R 言語、Python、Julia

を使います。必要に応じて図書やノートパソコンは貸出可能ですので研究環境は整備されているといえます。この様に、当研究室の学生は統計理論とデータ解析のいずれかに偏ることなく総合的な能力の向上を目指しています。

数理計量ファイナンス講座 | ファイナンス数理モデル研究グループ

確率モデルを用いた解析

ENGINEERING SCIENCE

http://www.sigmath.es.osaka-u.ac.jp/prob/

ランダムネスを含む時間と共に発展する自然 / 社会現象や、現象の観測・計測に際してノイズや不確実性が生じる場合の数理モデルとして、確率過程モデルは広く用いられています。 例えば、金融市場の解析には資産 / 証券価格過程の確率微分方程式モデルが、気象予測モデルにおいてはランダムネスを含んだ確率偏微分方程式モデルが、それぞれ重要な役割を果たしています。 本研究室では、隣接する深澤研究室と協働しつつ、(i) 確率過程モデルやその最適制御手法に関する理論研究、(ii) コンピュータを使った確率過程モデルの数値解析手法の研究、(iii) 数理ファイナンス、保険数理をはじめとした様々な分野への応用研究、に関心を持って研究を行っています。

関根 順 教授
sekine@sigmath.es.osaka-u.ac.jp

濱口 雄史 助教
hamaguchi@sigmath.es.osaka-u.ac.jp

はじめに

確率過程を用いた数理モデルやその最適制御は様々な分野で応用されています。 数理ファイナンス・金融工学分野では確率微分方程式を用いた資産価格過程モデルが広く用いられていますし、保険数理分野でも、例えば損害保険請求額の累積過程を、複合ポワソン過程などのジャンプ型確率過程を用いてモデル化します。 確率過程の最適制御については、例えばマルコフ連鎖の最適制御 (マルコフ決定過程と呼ばれます) が有名で、品質管理や在庫生産管理、金融、保険、マーケティング、資源制御、感染症制御など幅広い分野での応用が知られています。 以下にいくつか例を挙げて我々の研究を紹介します。

GOP の発展

長期間に渡るファンドの成長率の最適化は **GOP(Growth Optimal Portfolio)** と呼ばれ金融実務でもよく知られています。最も基本的な Black-Scholes モデルを用いれば

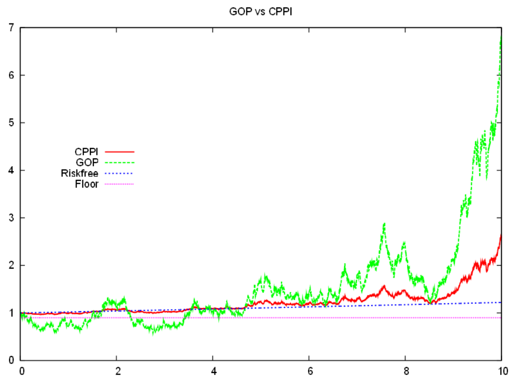
$$\sup_{(\pi_t)_{t\geq 0}} \overline{\lim_{T\to\infty}} \mathbb{E}[G_T^\pi],$$

$$G_T^\pi := \frac{1}{T}\left[\int_0^T \pi_t \sigma dW_t + \int_0^T \left\{ r + \pi_t(\mu - r) - \frac{|\pi_t\sigma|^2}{2} \right\} dt\right]$$

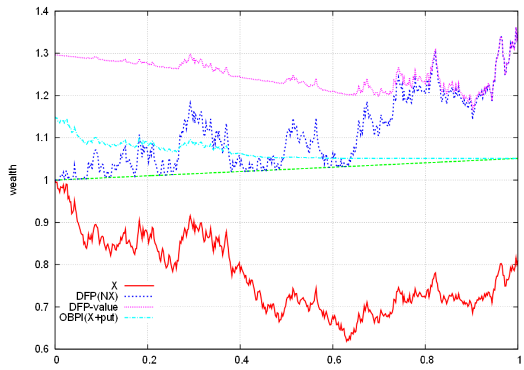
と表されます (r : 安全運用金利 , μ : 危険資産の期待収益率 , σ : ボラティリティ、$(W_t)_{t\geq 0}$: Brown 運動、$(\pi_t)_{t\geq 0}$: 運用戦略)。以下の GOP の発展形の研究を行いました。
(i) リスク回避の要素を陽に盛り込んだ、リスク鋭感的ポートフォリオ最適化。これはリスク鋭感的確率制御手法のファイナンスの問題への応用です。
(ii) 制約条件（低下制約、床制約など）を設けたリスク鋭感的ポートフォリオ最適化の研究。ダウンサイドリスクの低減化の観点からも重要です。確率制御や最適停止問題に関する研究が必要になります。

BSDE とその応用

後退確率微分方程式 **(BSDE: Backward Stochastic Differential Equation)** は、その名の通り終端時刻の値が与えられ時間に関して後ろ向きに解かれる確率微分方程式です。数理ファイナンス分野でも
(a) リスクを動的に計測する「動的リスク尺度」、
(b) 時点毎の消費を表す流列（確率変数列）をその情報開示のスピードも考慮しながら評価する「再帰型効用」、
(c) XVA (X-Valuation Adjustment) の計算、
など BSDE の重要な応用例が知られています。(c) について補足すると、これは、世界的金融危機 (2008 – 2010) 以後顕在化した、デフォルトリスク、流動性リスク等を反映したデリバティブの理論価格に関する価格調整項の計算のことで、今日の金融クオンツ界で、最も複雑で計算コストの高い (しかしインパクトは大きい) 計算対象の一つです。大学院生の人達と共同で以下の研究を行っています。
(iii) XVA に関する理論研究：裁定機会が存在しないための十分条件の導出や、金融実務で行われている簡便評価法の理論的見地からの解釈など。さらに、近似解法の提案。
(iv) 損失が最大になるタイミングにリスクを過小評価しないような動的リスク尺度を、反射型 BSDE を用いて構成。
(v) 複数のファンドマネージャーが運用・配当パフォーマンスを競争しながら最大化する確率微分ゲームの研究。



GOP とこれに床制約を設けたもののシミュレーション



Dynamic Fund Protection と Option-Based Portfolio Insurance の比較

確率制御理論とその応用

モデルの不確かさを確率論を用いて表現して、時間経過をともなう情報に基づいてある意味での最適な目的値を計算したり、またそれを実現する戦略を求める理論は確率制御と呼ばれています。そもそも確率制御理論は工学分野を中心に発展してきましたが、金融市場の不確かさはしばしば確率論を使って定式化されるため、数理ファイナンスにおいても非常に有効な手段を与えます。また逆に数理ファイナンスを通じて確率制御理論に新たな問題が提起されています。

例えば、金融市場での取引によって得られる富の「満足度」を最大化するためにはどのような投資行動を取るべきか？という問題を考えます。この問題は効用最大化問題と呼ばれ、投資家の行動を数学的に記述することを目標とした、数理ファイナンスにおける重要な確率制御問題です。将来の株価を完璧に予測することはできないと考えられるので、不確かさを考慮したうえで将来の投資行動を決定しなければなりません。将来の株価の不確かさを確率論を用いて表現し、「満足度」の指標を期待効用という概念を用いて定義することで、上述の問題を確率制御問題として数学的に扱うことができます。このように、典型的な確率制御問題は

・戦略 (投資行動に相当)
・状態過程 (投資家の富に相当)
・利得関数 (満足度に相当)

によって定式化され、利得関数を最大化するような戦略を求めることが目標になります。ここで、状態過程の連続的な時間発展挙動は、与えられた戦略に基づいて定まる確率微分方程式や確率積分方程式などによって記述されます。

最適戦略を導くために、変分法に基づいた確率的最大原理や、動的な観点に基づく動的計画法が重要な役割を果たします。これらの手法により、確率制御問題は後退確率微分方程式と呼ばれる確率的な方程式やハミルトン－ヤコビーベルマン方程式と呼ばれる非線形偏微分方程式の解析と関連付けられます。このように、確率制御理論は、数理ファイナンスをはじめとする社会科学・自然科学のあらゆる分野への応用だけでなく、確率解析・偏微分方程式論の理論的な発展とも密接に関わっているという点で、非常に興味深い研究分野です。

時間非整合性を考慮した確率制御問題

時間整合的な確率制御問題、すなわち「初期時点で定められた最適化問題の最適戦略は、時間が経過した後も、その時点での状態を初期値とする部分的な最適化問題の最適戦略となる」という性質を持つ問題は古くから研究されており、動的計画法に基づく非線形偏微分方程式や、最大原理に基づく後退確率微分方程式による解析手法が確立されています。一方で、数理ファイナンスや行動経済学などに現れる、人間の社会行動を記述するために重要な最適化問題の多くは時間非整合的であり、古典的な動的計画法は適用できないことが知られています。

例えば、「今消費するか、後で消費するか」といった異時点間での選択においてしばしば観測される「遠い将来の選択に関しては我慢強いが、近い将来の選択に関しては待てない」という人間の心理は、時間非整合性の一種です。このような人間の異時点間選択における性質は、行動経済学の用語で双曲割引と呼ばれます。行動経済学とは、古典的な経済学理論では説明できない人間行動の非合理性 (限定合理性) に着目した経済理論です。時間非整合性を考慮した確率制御理論は、行動経済学で論じられている非合理的な人間の行動様式を数学的に厳密に扱おうという、チャレンジングな研究分野です。

時間非整合的な問題では、初期時点で定まる最適戦略に従って行動してもある将来時点ではその戦略を変更する動機を持ち得るため、古典的な最適戦略の概念は動的な観点からは適切ではないと考えられます。このような問題における一つの行動指針として、各時点における自分自分を異なる意思決定主体とみなした非協力ゲームを考え、対応するナッシュ均衡を解析するというアプローチが一つの主流です。簡単に言えば、「昨日の自分」「今日の自分」「明日の自分」それぞれの利害関係の落としどころを見つける、ということです。この考え方は、行動経済学の用語でセルフコントロールと呼ばれるものです。この方法で定められる解概念の確率論的・解析学的な性質を解明することは、最新の確率制御理論における重要な研究トピックの一つです。

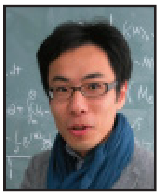
数理計量ファイナンス講座 ｜ 確率解析研究グループ

確率解析とその応用

http://www.sigmath.es.osaka-u.ac.jp/prob/

ENGINEERING SCIENCE

確率解析は、ブラウン運動を代表とするランダムな粒子の軌跡に関する微分積分学です。軌跡で微分したり積分したりするので、無限次元の解析学ということになります。当研究室では確率解析及び関連する理論の研究を通して、自然現象・社会現象を解析するための枠組みを構築しています。ファイナンス数理モデル研究グループ (関根研究室) と密接に連携を取りながら、講座を運営しています。



深澤 正彰 教授
fukasawa@sigmath.es.osaka-u.ac.jp

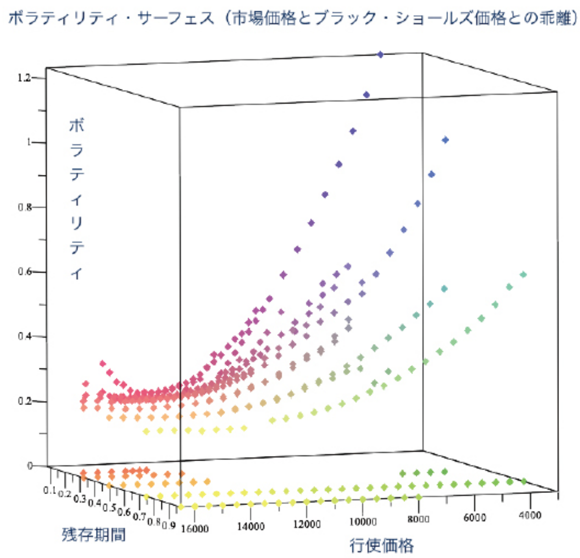
星野 壮登 准教授
hoshino@sigmath.es.osaka-u.ac.jp

研究の背景

株を売買して資産運用するとしましょう。そのとき最終的な運用収益は、株の保有量を株価の軌跡に沿って積分した値となります。株価の軌跡はとてもギザギザしていますが、このとてもギザギザな軌跡に対する積分の理論が確率解析です。ブラウン運動を最初に数学的に考察したのはバシェリエ (1900 年) で、彼は株価のモデルとしてブラウン運動を扱いました。次いでアインシュタイン (1905 年) が、当時まだ仮説でしかなかった原子論 (目に見えない分子の存在) の検証のために、溶媒分子による衝突の結果としてブラウン運動の性質を予言しました。今となっては分子の存在は常識ですが、その最初の証拠はブラウン運動の解析を通してもたらされたのです。それ以降の確率解析の自然現象・社会現象への応用例は語り尽くせません。

数理ファイナンス

上述の投資運用収益は確率積分 (伊藤積分) として表現できます。するとファイナンスの問題がすべて確率解析の問題に対応することになります。ファイナンスの問題意識に基づいて、対応する確率解析の問題を考察するのが数理ファイナンスです。経済活動にはリスクが伴います。このリスクを取引して最適に配分し、社会の厚生を上げるために金融派生商品とオプション市場があります。数理ファイナンスの基本問題は、金融取引を通じてどのようにリスクを減らす (ヘッジする) かです。金融システムが国際化、高速化、複雑化した現在、この分野の研究は世界の経済を左右し得る重要なものです。



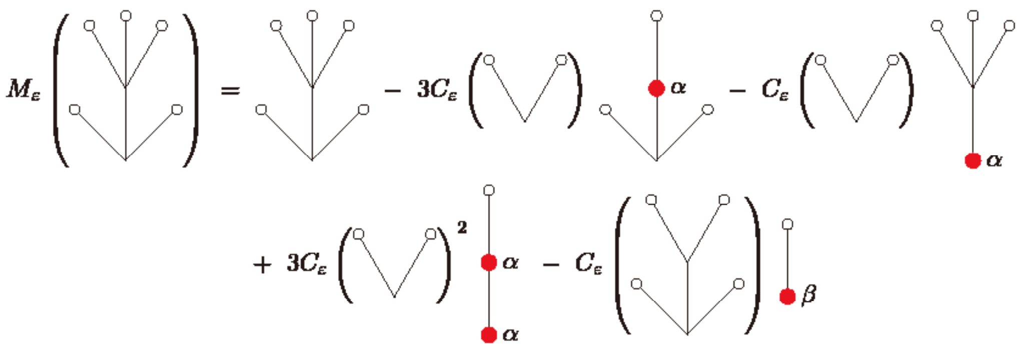
確率偏微分方程式の繰り込み

自然科学では様々な現象を微分方程式で記述しますが、その解はあくまで理論値です。実際には様々なノイズの影響を受け、現象は理論値から揺らぎます。そのような揺らぎを含めた解析を行なうのが、確率微分方程式（stochastic differential equation, SDE）や確率偏微分方程式（stochastic partial differential equation, SPDE）という分野です。SDE では時刻のみに依存する現象を扱いますが、SPDE では複数の変数（例えば時刻と空間の両方）に依存する現象を扱います。

SPDE の数学的な難しさは、ノイズの影響によって解の正則性が低くなるところにあります。例えば SDE でよく扱われる Brown 運動は、連続ですが至るところ微分できない関数を与えます。SPDE の場合はさらに厄介で、正則性が負の関数が現れたりします。微分方程式には未知関数の積がよく現れますが、正則性が負の関数同士の積を考えるのは一般には不可能です。しかし性質の良い特殊な SPDE では、「繰り込み」という無限大を含む演算を施すことで積が定義できる場合があることが知られていました。

より一般の SPDE の繰り込みは、最近新しい理論が登場してようやく可能になりました。Hairer（2014 年 Fields 賞）の正則性構造理論や、Gubinelli、Imkeller、Perkowski のパラ制御解析です。これらのブレイクスルーにより、SPDE の研究はここ数年急速に発展しています。また最近ではこれらの理論の数学的な構造も活発に研究されています。

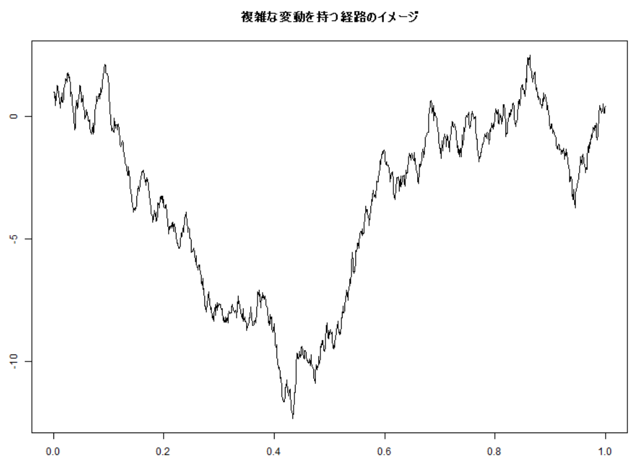
繰り込みの例



経路ごとの確率解析

株価などの危険資産価格をグラフに表すと、非常にギザギザとした振る舞いをすることが知られています。そういった資産を運用した場合、資産全体の価値は保有量を資産価格の動く経路に沿って線積分（特に伊藤積分と呼ばれるもの）した値で得られることになります。株価のような複雑な変動を持つ経路による線積分は古典的な微積分学の範疇では扱えないため、従来は確率積分という方法で取り扱われてきました。

実際に確率積分を構成するには、株価の動きが確率的な意味ではわかっている必要があります。数学的に言えば、確率空間や確率測度という対象が事前に与えられているということを意味します。このように確率積分は現象の背景にある確率に依存するわけですが、その確率を実際に知ることは容易ではありません。ですから、確率モデルの選択にできるだけ依存しない形で確率解析の理論を展開することは、応用上有用であると考えられます。特に近年、ファイナンスにおける以上のような問題意識から、確率モデルになるべく依存しないような形で複雑な経路による線積分を取り扱う試みが盛んになっています。そのような理論のうちには、純粋に解析的な方法によって経路に沿った伊藤積分を調べるものがあります。この理論は経路ごとの確率解析などと呼ばれています。経路ごとの確率解析の研究を進めることで、先に述べた応用面での利点がある他、理論的にも従来の確率解析の適用範囲を広げられることになります。当該分野が盛んに調べられるようになったのは比較的最近のことであり、今後も大いに発展が期待されるものとなっています。



数理計量ファイナンス講座　確率過程論研究グループ

マルコフ過程に関連する極限定理とその応用

ENGINEERING SCIENCE

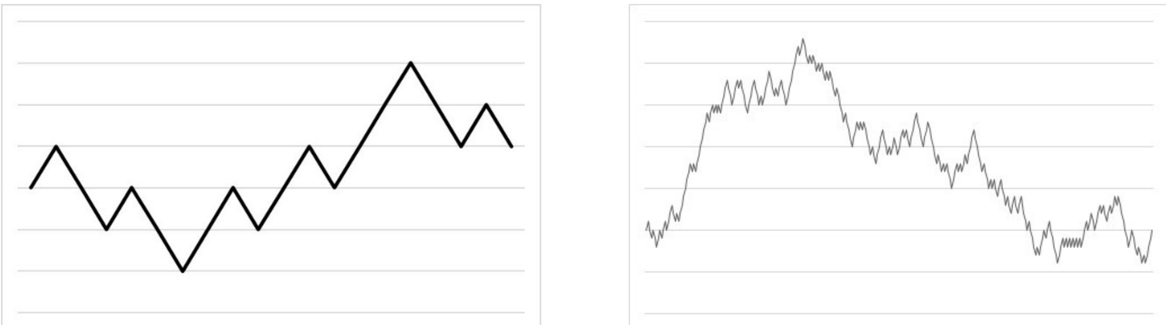
http://www.sigmath.es.osaka-u.ac.jp/prob/

時間と共に変化する偶然現象の数学モデルである確率過程、特にマルコフ過程と呼ばれるクラスの確率過程に対し、極限定理の確立とその応用についての研究を行っています。極限定理とは、何らかの極限をとることによって浮かび上がる普遍的な性質について記述するものです。本研究室は関根・深澤両研究室と協働で研究・教育活動を行い、数理ファイナンスや保険数学等への様々な応用も探ります。

矢野 裕子 教授
y.yano.es@osaka-u.ac.jp

研究の背景

確率過程は、自然界や社会において観察される、時間と共に変化する偶然現象の数学モデルです．未来の法則が現在状態のみで決定し過去の経過の影響を受けない性質を持つ確率過程をマルコフ過程といいます。最も基本的なマルコフ過程はブラウン運動で、コイン投げによって作られるギザギザの不規則運動（ランダムウォーク）の標本路のスケール極限として現れます（ドンスカーの不変原理と呼ばれる極限定理です）。極限定理を考える目的は、ランダムウォークからブラウン運動が現れるというような、例えば長い時間経過したものを遠くから眺めることによって、何らかの普遍性を見出すことにあります。



ランダムウォークの標本路

伊藤の周遊理論

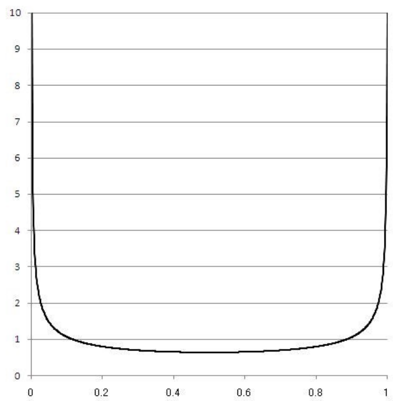
マルコフ過程の標本路が原点に滞在する時間は測度ゼロですが、原点付近に滞在する時間の密度として局所時間が定義されます．局所時間を用いると、標本路を、原点を出発して原点へ戻る小さい標本路に分解することが出来ます。この小さい標本路は周遊（excursion）と呼ばれます。伊藤清は1960 年代に、周遊の全体が周遊空間と呼ばれるある関数空間に値をとるポアソン点過程を定め、その法則が周遊空間上のシグマ有限測度によって特徴付けられることを示しました。伊藤の周遊理論によって、マルコフ過程の標本路の詳しい性質を調べることが出来ます。

逆正弦法則

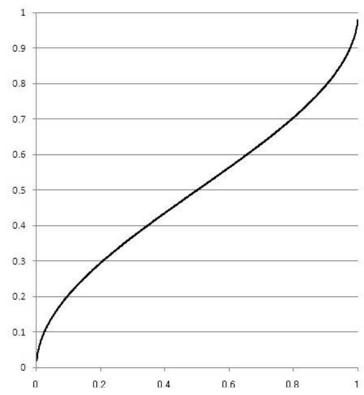
逆正弦法則は、1939 年にフランスの数学者 Paul Lévy によって得られた、一次元ブラウン運動の正側滞在時間分布に関する結果です。正側滞在時間分布は滑らかな関数 $f(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{x(1-x)}}$ $(0 < x < 1)$ を密度関数として持ちます。この関数は下のグラフを見て分かる通り、区間の両端点で発散する U 字型曲線です。尚、密度関数を積分した分布関数が $F(x) = \frac{2}{\pi}\arcsin\sqrt{x}$ $(0 \leq x \leq 1)$ となることから、この分布は逆正弦法則と呼ばれます。この定理が意味するところは、ある時刻までに一次元ブラウン運動が正側に滞在する時間の割合は、丁度半分の 1/2 に近いことは尤もらしくなく、0 か 1 に近いことが尤もらしい、ということです。この興味深い定理は、これまでに様々な確率過程に対して一般化が考察されてきました。例えば、歪ベッセル拡散過程の正側滞在時間分布の確率密度関数は以下であることが知られています（但し、$0 < \alpha < 1,\ 0 < p < 1$）：

$$f_{\alpha,p}(x) = \frac{\sin\alpha\pi}{\pi}\frac{p(1-p)x^{\alpha-1}(1-x)^{\alpha-1}}{p^2(1-x)^{2\alpha} + (1-p)^2x^{2\alpha} + 2p(1-p)x^\alpha(1-x)^\alpha\cos\alpha\pi}, \quad 0 < x < 1$$

この分布は Lamperti の法則と呼ばれます。($\alpha = p = 1/2$ の場合が一次元ブラウン運動の逆正弦法則です。) 一次元拡散過程への一般化の研究として、分布関数の端点における漸近挙動に関する研究（笠原 - 矢野（2005））や密度関数の存在と連続性及び端点における漸近挙動に関する研究（渡辺 - 矢野 - 矢野（2005））、マルチレイ上の拡散過程の滞在時間同時分布に関する研究（矢野（2017））等の結果が得られています。



密度関数 $f(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{x(1-x)}}$ のグラフ



分布関数 $F(x) = \frac{2}{\pi}\arcsin\sqrt{x}$ のグラフ

処罰問題

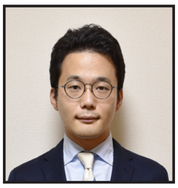
2000 年代にフランスの Marc Yor たちによって、ブラウン運動にある重みをかけて正規化したものの長時間極限が調べられました。処罰問題（penalisation）と呼ばれる問題です。例えば最大値過程の関数で重み付けたときに得られる極限測度の下では、もともと再帰的であった過程が過渡的になり、更にある時点から最大を更新出来なくなります。このような様子が「処罰」と名付けられた所以です。また、極限測度は Azéma-Yor マルチンゲールと呼ばれる確率過程によって特徴付けられますが、Azéma-Yor マルチンゲールは処罰問題以外の問題でもしばしば注目されるものであり、様々な問題との関係性が示唆され、そのため処罰問題は広く関心が持たれています。処罰問題は、安定過程への一般化が考察され、その構造の一端が明らかになりました(矢野 - 矢野 -Yor(2009、2010)、矢野（2013）等)。これらの研究には伊藤の周遊理論が用いられ、消滅過程の調和変換を通して処罰問題が論じられています。処罰問題には解決されるべき問題がまだ多く残っており、その解決と応用の考察が本研究室の研究テーマの一つです。

システム数理講座｜複雑システム研究グループ

情報化社会を支えるシステム理論

http://ushiolab.sys.es.osaka-u.ac.jp/

携帯電話、炊飯器、自動車、ロボット、発電所、ロケットなど、コンピュータ（マイクロプロセッサ）を構成要素としてもつシステムが今やいたる所に存在しています。さらに、最近では、ネットワーク家電のように通信ネットワークを介してシステム間で情報交換を行うネットワーク化システムへと発展しています。このように益々大規模化・複雑化するシステムの解析・設計に必要な基礎理論とその応用、並びに計算機制御のためのソフトウェア開発に関する研究と教育を行っています。



松原 崇 准教授
matsubara@sys.es.osaka-u.ac.jp

久世 尚美 助教
kuze@sys.es.osaka-u.ac.jp

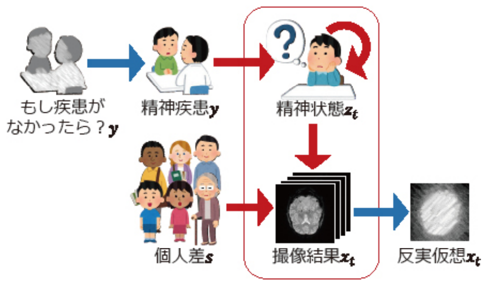
ヒトの知識を活かし数学的制約を満たした信頼できる人工知能

松原研究グループは理論に基づいた新しいAI技術の開発に重点を置いています。またAI技術の理論解析から、異常検知・気象予報のような直接社会に役立つ研究まで、幅広い領域をカバーしています。知能システム学コースでは、ロボットを用いた実験を行う研究室が多い中、シミュレーションで完結することも特徴の一つです。

近年の人工知能 (AI) システムの飛躍的な進歩は、主に深層学習の進化に支えられています。深層学習は万能近似性と呼ばれる性質をもち、十分な量のデータと計算機があれば、データから任意の入出力関係を学習できます。しかし、このように自動的に学習された関数は人間の理解の範疇を越えており、人がその判断根拠を理解したり、問題が起こったときに修正したりすることができません。いかにして、深層学習から意味のある情報を得るのか、またヒトの持つ知識を与えることができるのかが、大きなテーマです。

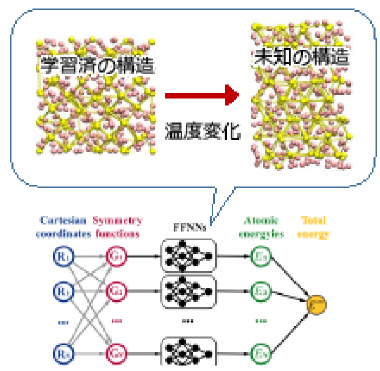
１つのアプローチが幾何学的深層学習です。機械学習で扱いたい対象の背後には、多くの場合その性質を決める幾何学的構造が存在します。例えば画像には平行移動不変性・拡大縮小不変性があります。画像を動かしたり大きさを変えたりしても、そこに写った物体の意味が変わりません。この知識を上手く深層学習に組み込むことができれば、学習に必要なデータも計算時間も大幅に減らし、性能を大きく向上させることができます。用途によっては単なる学習の効率化に留まりません。物理学におけるエネルギー保存則はシンプレクティック幾何と深い関係があります。この構造を持った深層学習を設計できれば、学習したモデルで物理シミュレーションを行った場合に、エネルギーが保存されることを保証することができます。結果の信頼性という点で、質的に大きな違いがあります。ある結晶構造で学習するだけで、温度変化によって現れる未知の結晶構造の存在すら予測することが可能です。またデータから保存則をはじめとする物理法則を発見する研究にも取り組んでいます。

もう１つのアプローチがベイズ的深層学習であり、ベイズ的モデル化の枠組みに深層学習を組み込んだものです。医療診断AIを考えてみると、単なる深層学習は被験者が疾患を持っているかどうかしか教えてくれません。しかし、ベイズ的深層学習は疾患の背後にあるプロセスをグラフ構造でモデル化し、「もし被験者が疾患を持っていなかったら？」という反実仮想のデータを生成することで、どの部分が変化したことで疾患があると判断したのかを可視化することができます。根拠を可視化することは、誤った判定が起こったときにその原因を突き止めたり、差別的な意思決定を防いだりすることも可能にします。その他にも、不確実性を定量化して結果の信頼性を評価することも可能です。

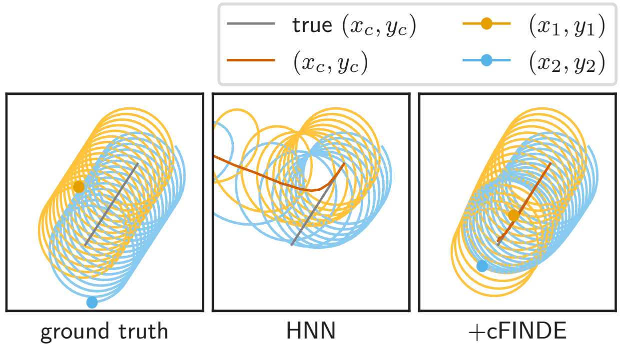


背後にあるプロセスをモデル化することで疾患部位を特定できる

このように、深層学習の柔軟なモデル化を活かしつつ、解析対象が持つプロセスや性質を上手く制約として与える研究を行っています。



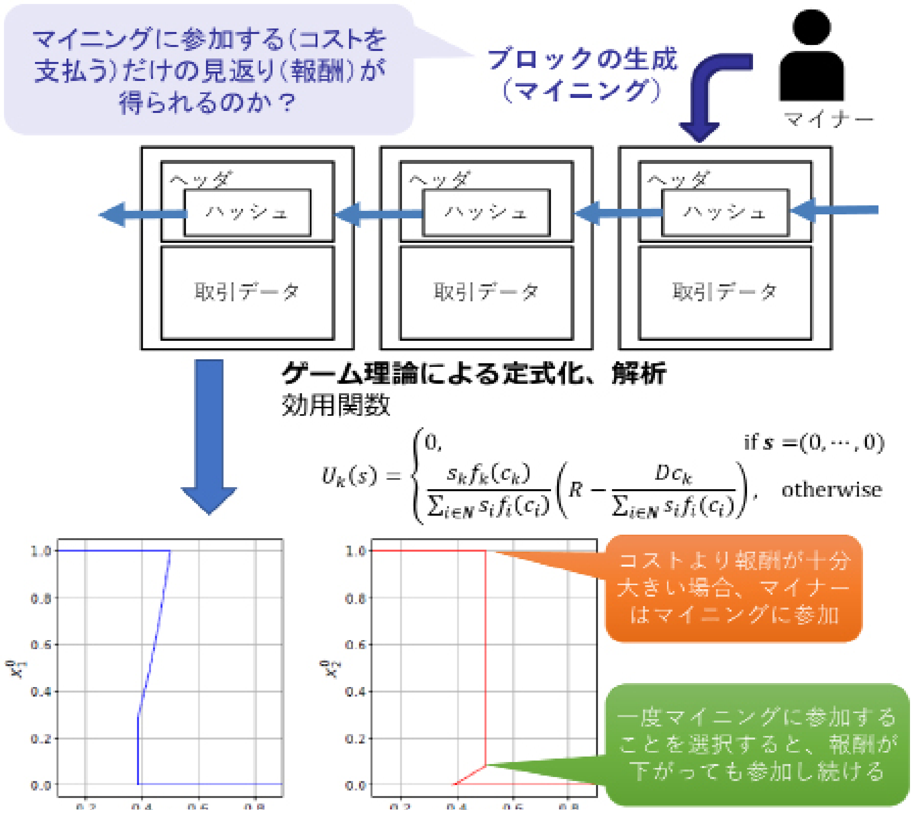
適切な幾何学的構造を与えると未知の結晶構造も予測できる



データから運動量保存則を発見し、長期的に
正確なシミュレーションを実現する

ブロックチェーンにおける意思決定問題

ブロックチェーンは、分散型台帳管理技術であり、ビットコインをはじめとした仮想通貨など、様々なサービスで利用されています。ブロックチェーン技術においては、マイナーが取引データからブロックを生成（マイニング）することにより報酬を得ます。このとき、暗号的ハッシュ関数を用いることによってブロック同士をチェーン状につなげていきます。ブロックチェーンネットワークでは、合意形成アルゴリズムとして一般的に Proof of Work（PoW）が用いられます。PoW においては、ハッシュ計算時に難易度を設定し、ブロック生成に大きな計算コストを課すことによってブロックチェーン全体の改ざん耐性の向上を行っています。一方で、マイナーにとっては、ブロックの生成に要するコストと、ブロック生成成功による報酬とのバランスが重要であり、マイニングに参加するか、しないかの意思決定が発生します。そこで、ゲーム理論に基づいてマイニングの意思決定問題の定式化、解析に取り組んでいます。



ゲーム理論に基づいたブロックチェーン意思決定問題の解析

システム数理講座　システム計画数理研究グループ

知的で柔軟なシステム計画技法の開発

http://www-inulab.sys.es.osaka-u.ac.jp/

本研究室では、従来の決定科学やシステム技法に加え、情報科学や知能工学を導入した知的意思決定支援技術、システム計画技法の開発を目指しています。意思決定論や数理計画法、ファジィ理論、ラフ集合、アルゴリズム論、ゲーム理論などの基礎理論を研究するとともに、これらに基づいた新しい意思決定法、システム評価手法、モデリング、最適化手法、データ解析手法、社会システム技法、分散最適化法、自律分散アルゴリズム、ソフトコンピューティングなどの開発と応用を行っています。


乾口 雅弘 教授
inuiguti@sys.es.osaka-u.ac.jp


林 直樹 准教授
n.hayashi@sys.es.osaka-u.ac.jp

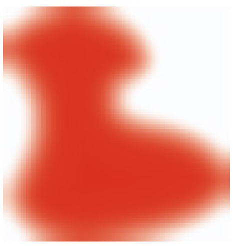

関 宏理 助教
seki@sys.es.osaka-u.ac.jp

柔軟な知的決定支援をめざして

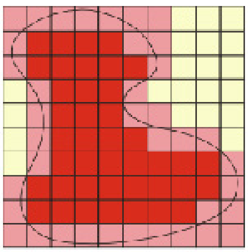
当研究室では、種々の状況下での意思決定を支援するための理論と方法を研究し、現実問題への応用をめざしています。問題設定とともに人の望みや好みを数理モデルで表現し、合理的な評価基準や判断基準を定め、最適化を行うことの他、熟練者や専門家の知識や推論をモデル化し、決定支援に役立てることを考えています。

結果が明確にわからない場合や現況がはっきりと把握できていない場合には、不確実性のもとで決定を下さなければなりません。ファジィ理論を用いて不確実性を取り扱い、可能性と必然性といった概念に基づいた新しい決定方法を提案し、種々の問題設定での効率的な解法を研究しています。不確実性を可能性と必然性で扱えば、問題が扱いやすくなることが多く、この性質を活かした一般化をめざしています。

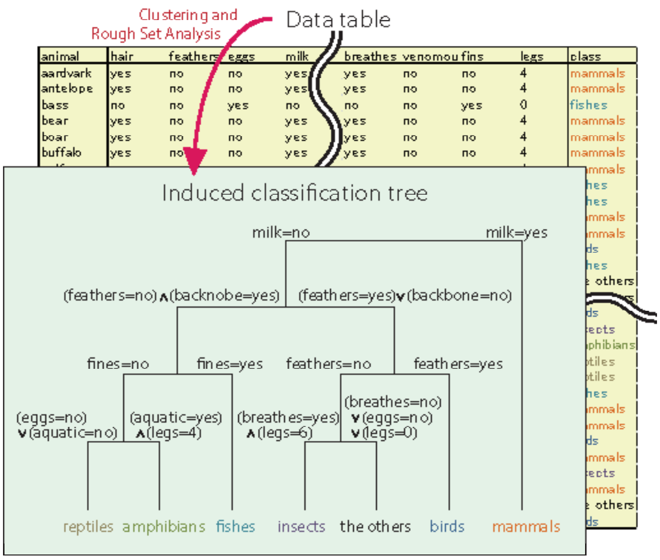
また，人による評価は一つの実数値で表せるほど厳密ではなく，ある程度幅を持っていると考えられます。一対比較などによる人の好みに関するデータから評価値を一つの値で与える数理モデルで選好を表すのではなく、幅をもった区間で評価値を与える区間モデルで柔らかく選好を表す方法を研究しています。評価値が幅をもつことにより，代替案比較における確信度や評価者がどこまで譲歩できるかを示す許容度などが評価できるようになります。多基準意思決定やグループ意思決定などの複雑な問題へ，これらのロバストネスやトレランスに関する


ファジィ集合

ファジィ集合は境界がはっきりしない集合


ラフ集合

ラフ集合は境界がブロックで集合を内と外から近似したもの



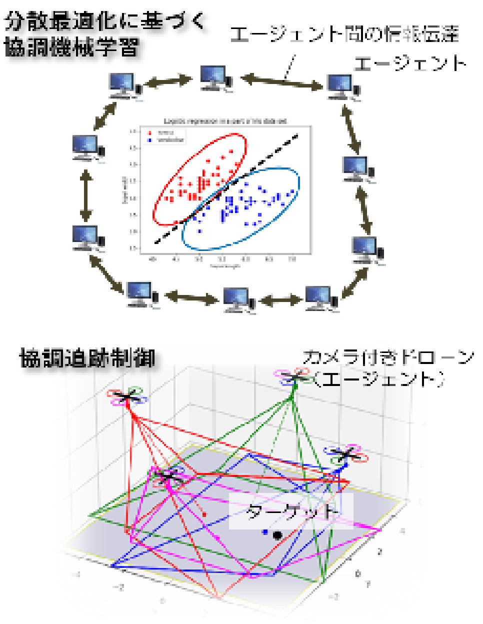
生物データの解析結果

階層的クラスタリングとラフ集合によるルール抽出法を用いた解析結果。分類ツリーにおける分岐点の左右に示した記号は条件を示している。

過去の種々の評価データを活用して評価・決定した方が決断しやすく、その正しさに確信をもてるかと思います。本研究室では，意思決定支援に向けたデータ解析に関しても研究を行っています。特に，人による評価は矛盾していたり、曖昧であることが多いことから、データ間の矛盾を合理的に処理して扱うラフ集合理論や、曖昧さをうまく扱うファジィ推論モデルを研究しています。評価に関連する重要な要因を見い出したり、データを if-then ルールを用いて人に分かりやすい形で要約する方法を研究するとともに，現実のデータへの適用を試みています。

マルチエージェントシステムによる分散最適化と協調制御

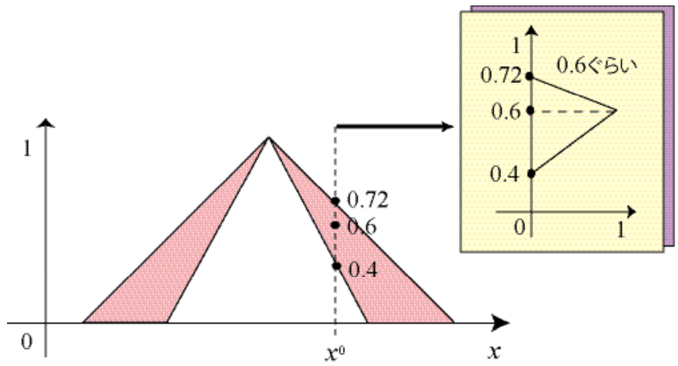
自律的に意思決定を行う行動主体をエージェントといい、多数のエージェントから構成されるシステムをマルチエージェントシステムといいます。マルチエージェントシステムでは、エージェントが相互に影響を及ぼし合うことでシステム全体の振る舞いが決まります。IoT やビッグデータ処理に代表されるように、近年、多数のサブシステムが有機的に結合した大規模システムにおける最適化や制御の重要性が増しています。このような大規模システムは、個々のサブシステムをエージェントとし、サブシステム間のつながりをネットワークで表現することで、マルチエージェントシステムとしてモデル化できます。本研究課題では、このような大規模ネットワーク化システムに対し、ネットワークを介した相互作用によりサブシステム同士を巧みに連携させ、自律分散的にシステム全体としての目的を達成するための分散最適化や協調制御について、数理的アプローチによる基礎理論の構築を行っています。また、複数のエージェントで自律分散的に学習を行う協調機械学習への分散最適化の応用やセンサネットワークへの協調制御の応用などにも取り組んでいます。



分散最適化と協調制御：複数のエージェントがネットワーク上の情報伝達を介して自律分散的に最適化や制御を行う。

データを柔軟に処理するソフトコンピューティングと計算知能

日常、我々が用いている言葉や思考、判断は極めて曖昧です。たとえば、「彼は非常に背が高い」、「もう少し右」、あるいは「おそらく速い」のようなものです。このように人間は極めて漠然とした言葉を使ったとしても、それで意味が通じ、理解することができます。一方、コンピュータは高速な計算が得意なものの、「見る」、「聞く」、「直感的に理解する」というような人間が簡単に行えるようなことは苦手としています。このように人間は緻密な計算は苦手であるものの大まかな思考や判断を得意としていることから、コンピュータのような過度な精密さを求めるよりも、扱いやすさ、頑健性、低コストを重視する情報処理を目指そうとする研究としてソフトコンピューティングが存在します。このようなソフトコンピューティングの概念により、これまでコンピュータで行いにくかった曖昧さを含んだデータを処理できるようになりました。膨大で複雑であり、曖昧性を含むデータを取り扱うことが要求される昨今で、柔軟な処理が可能であるソフトコンピューティングはデータ処理において多大な成果を挙げることが期待されています。ソフトコンピューティングを構成するものとして様々な方法論が存在しますが、代表的なものには「ファジィシステム」、「ニューラルネットワーク」、「進化計算」と呼ばれる計算知能手法が注目を浴びています。このような計算知能手法による意思決定支援ができるようなモデルの提案を行い、医療診断、バイオインフォマティクス、経済データ分析、人狼ゲームの役職推定など、様々な分野へ応用するための研究を行っています。また、計算知能手法を安全・信頼して使用するための理論的性質の解明も行っており、理・工・医・生命・情報科学を横断するような研究を目指しています。



タイプ 2 ファジィ集合：各要素の帰属度が「0.6 ぐらい」というように曖昧にしか与えられないファジィ集合。

カリキュラム

学際選択科目

境界専門科目

基盤専門科目

社会システム数理ゼミナール I - IV　　社会システム数理研究 I - IV

数学解析
確率解析
確率微分方程式
金融確率解析

金融数理概論
金融数理特論
保険数理概論
年金数理

統計的推測
時系列解析
数理概論 I・II
数理特論 I - III

統計数理概論 I・II
データ科学特論 I・II
Data Science and Case Studies I

非線形システム論
サイバーフィジカルシステム
システム計画論
知的計画論

数理計量ファイナンス特別講義 I - IV　　システム数理特別講義 I・II

（境界専門科目）

数理解析
数理モデル論
非線形現象解析
非線形構造解析
関数解析 I・II

統計解析 I・II
統計モデリング
多変量解析
統計的学習理論
力学系理論

量子情報科学
適応ロボット学特論
ソフトロボット論
信号解析論
複合現実感システム論

応用ロボット学特論
知能ロボット学特論
画像システム論
データベースシステム論
など

（学際選択科目）

医療生体データ科学
非線形力学特論

システム安定解析
最適設計論

ｺﾝﾋﾟｭﾃｰｼｮﾅﾙﾊﾞｲｵﾒｶﾆｸｽ
科学技術移転論

科学技術論 A・B
など

就職状況

社会システム数理領域の就職窓口として基礎工学部数理科学コースと知能システム学コースがあり、毎年 120 社を超える求人があります。業種も電気、通信、情報、製薬、金融、機械、重工、製鉄など多岐に渡っています。また、官公庁や大学へ就職する学生もいます。主な就職先は以下のとおりです（名称は当時のもの）。

1 . 企業会社

電気関係：パナソニック、東芝、日立製作所、三菱電機、シャープ、日本電気、ソニー

情報・通信関係：日本 IBM、富士通、NTT(研究所、西日本、ドコモ関西、コミュニケーションズなど)、NHK、毎日放送、日本マイクロソフト、KDDI、サミットシステムサービス、NSD、日本 HP、ヤフー株式会社、DeNA、三菱 UFJ インフォメーションテクノロジー、LINE

システム関係：帝人システム、新日鐵住金ソリューションズ、UFJ 日立システムズ、富士通フロンテック、三菱コントロールソフトウェア

製薬関係：武田薬品工業、 サノフィ・アベンティス、藤沢薬品、小林製薬、P&G

金融・保険関係：三井住友銀行、三菱 UFJ 信託銀行、三井住友信託銀行、SMBC 日興証券、大同生命保険、三菱 UFJ 銀行、ゴールドマンサックス証券、野村証券、日本生命、JA 共済、富国生命保険、三井生命保険、住友生命保険、全国労働者共済生活協同組合連合会 (全労済)、りそなホールディングス、損保ジャパン日本興亜、大和証券、明治安田生命、三井住友海上火災保険、みずほフィナンシャルグループ、第一生命保険

機械・精密：トヨタ自動車、ダイハツ、デンソー、村田製作所、キヤノン、リコー、コニカミノルタ、富士ゼロックス、オムロン

ゲーム関係：任天堂、藤商事、GREE、ドワンゴ、クリーチャーズ

シンクタンク：野村総合研究所、三菱 UFJ トラスト投資工学研究所 (MTEC)、みずほ情報総研

鉄鋼・重工業：新日鐵住金、神戸製鋼、JFE スチール、川崎重工業、三菱重工業、IHI

その他：帝人、凸版印刷、関西電力、北陸電力、中国電力、JR 西日本、JR 東海、阪神電鉄、鹿島建設、株式会社高等進学塾、ベネッセ、博報堂、三井物産

2 . 官公庁・国立研究所

厚生労働省、農林水産省、総務省、統計数理研究所、特許庁

3 . 国公立大学

大阪大学、東京大学、九州大学、鹿児島大学、大阪府立大学、神戸商科大学、静岡大学、滋賀大学、神戸大学

4 . 私立大学

駒澤大学、早稲田大学、関西学院大学、関西大学、同志社大学、大阪電通大学、明星大学、大東文化大学、法政大学、立命館大学、摂南大学

5 . 高等学校

大阪府立高校、高槻高校、清風南海高校

大阪大学 大学院基礎工学研究科 システム創成専攻 社会システム数理領域
http://www.sigmath.es.osaka-u.ac.jp/ssm/
〒560−8531　豊中市待兼山町１−３
社会システム数理領域 事務室
TEL：06−6850−6096　 FAX：06−6850−6097