

大阪大学
大学院基礎工学研究科システム創成専攻
社会システム数理領域

金融資産の管理運用の合理化、国際化に対応する科学技術の開発は、金融工学・数理ファイナンスの研究を通じて行われます。時間の推移に伴う不規則で複雑な変動を解析し、そのような現象下での最適化を図るためには、確率微分方程式や統計的推測等の高度な数学の最新の成果を必要とし、それらにより得られる理論的な結果を実際の資産管理運用技術に適用するには、大規模で高速な数値解析技術が欠かせません。一方、最近のコンピュータ技術の発展に伴い、大規模なネットワーク化システムやサイバーフィジカルシステムが出現しています。このようなシステムの解析・設計・制御のためには、従来のシステム理論・最適化理論を拡張する必要があります。さらに、知的で柔軟なシステムを構築するためには、計算知能化技術が重要となります。社会システム数理領域では、高度に数理的な手法を駆使してこれらの技術開発に貢献する人材の育成を行い、またその研究・開発を行います。

数理計量ファイナンス講座

統計的推測決定 研究グループ
ファイナンス数理モデル 研究グループ
確率解析 研究グループ
確率過程論 研究グループ

IT技術と結びついて、金融実務界で組織的に採用されるようになった、デリバティブの価格づけやリスク管理等の金融資産の合理的な運用手法の開発は急務であります。またその他、保険・年金制度等の金融システムの変革に合理的な対応をするためにも数理的な手法の開発が欠かせません。これら社会システムにおける数理的な手法の開発と人材育成に寄与するため、金融工学・数理計量ファイナンスをはじめとする社会システムに関する数理科学の体系だった研究・教育を、その基礎となる確率解析・確率微分方程式、確率制御、数値解析や、統計数理科学、確率微分方程式の統計推測、フィナンシャルデータ解析等の研究を踏まえて行います。

システム数理講座

制御情報システム 研究グループ
システム計画数理 研究グループ

コンピュータの高機能化に伴い、仮想空間（サイバー）と現実世界（フィジカル）が融合したサイバーフィジカルシステムの解析・設計・制御技術が重要となってきています。さらに、人間にとって扱いやすい知的で柔軟なシステムを構築するための計算知能化技術の開発も近年急速に進歩しています。システム数理講座では、これらの技術を支えるシステム理論とオペレーションズ・リサーチの教育と研究を行っています。システム科学、情報科学、人間科学などの融合による新しい学問の創成と社会貢献を目指し、安心・安全なシステムを設計するための数理的な手法を開発しています。



統計数理科学の理論的研究とフィナンシャル データ解析

<http://www.sigmath.es.osaka-u.ac.jp/Stat1/>

金融データの統計解析及びそれに必要な統計的推測決定理論の研究をしています。特に確率微分方程式モデルなどの確率過程モデルに対してフィッシャーの最尤法やガウスの最小自乗法を適用して、その理論的考察に取り組んでいます。また、保険数理の問題にも取り組み、リスク理論、破産理論、再保険戦略などに対する現代確率論的アプローチや、それらに付随する統計的問題を研究しています。



内田 雅之 教授
uchida@sigmath.es.osaka-u.ac.jp

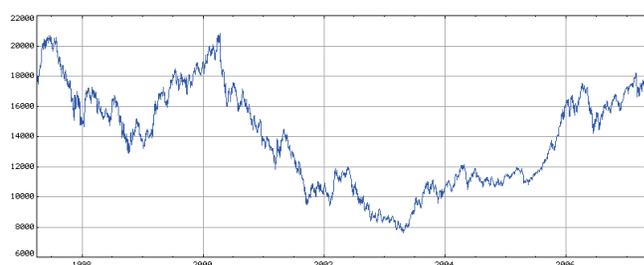


森川 耕輔 講師
morikawa@sigmath.es.osaka-u.ac.jp

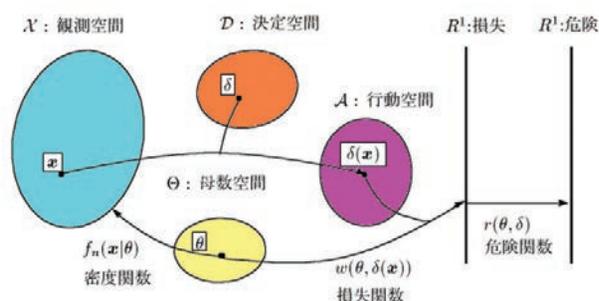
研究の背景と課題

統計解析では、統計モデルのパラメータの値や次元をデータから推測し、現象を予測することが非常に重要です。一般に、統計モデルに基づいてデータ解析するときフィッシャーの最尤法やガウスの最小自乗法などの統計的手法を用います。特に、最尤法による尤度解析は、モデル選択のための赤池情報量規準や甘利情報幾何学により、その有効性が解明されました。未知パラメータをもつ確率密度関数にデータを代入したものをパラメータに関する「尤度関数」と見なし、この尤度関数を最大にするパラメータを最尤推定量として定義しパラメータの真値を推定する方法を最尤法といいます。当研究室では最尤法を中心に統計数理科学の理論的研究を進めています。コンピュータの発達と経済・社会のグローバル化により、各種データベースが整備され、多種多様な統計モデルの開発及び適用が実現し、さらに統計的手法のシミュレーションが可能になってきました。

それにより、フィナンシャル（金融）データなどの膨大な時系列データを統計解析するために様々な統計モデルが考案されています。例えば、伊藤清博士による確率微分方程式モデルは連続時間確率過程の代表的な確率過程モデルです。時系列データ、特にフィナンシャルデータにおいても最尤法のアイデアが有効であり、当研究室では確率微分方程式などの確率過程モデルに対して最尤法に基づいた統計的方法論について研究しています。また、確率過程モデルは金融データ解析以外にも応用されています。例えば、医学の分野では生存時間解析、地球物理学の分野では統計地震学という研究分野があります。当研究室ではこれらの分野で生じる固有の問題に対しても適用可能な統計手法の開発、及びその統計的性質の解明を行っています。



日経平均株価



統計的推測決定図式

確率微分方程式の統計的推測

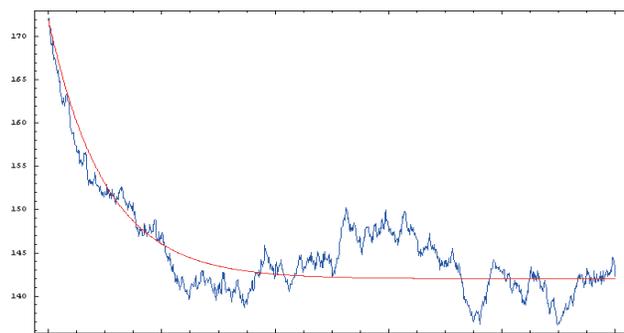
内田教授は連続時間確率過程モデル、特に確率微分方程式モデルの統計推測及びフィナンシャルデータ解析に興味をもちております。確率微分方程式によって定義される拡散過程は一般には確率推移密度関数（尤度関数）を明示的に求めることができないため、統計推測において強力な道具である尤度解析を直接的に用いることができないという難点があります。そこで尤度関数の近似（擬似尤度関数）を考え、擬似尤度解析を用いて、擬似最尤推定量の漸近的性質を示しました。特に微小拡散過程モデルに対して、スコア関数の近似として近似マルチンゲール推 推定量の1次漸近有効性を証明しました。

また、エルゴード的拡散過程に従う高頻度データを用いて、予測の意味で最適な拡散過程モデルを選択するための情報量規準を構成しました。具体的には、厳密な対数尤度関数および最尤推定量の代わりに、コントラスト関数（擬似対数尤度関数）と最小コントラスト推定量を用いた情報量規準 (Contrast based Information Criterion, CIC) を導出し、マリアバン解析を用いてCICの数学的正当化を行いました。

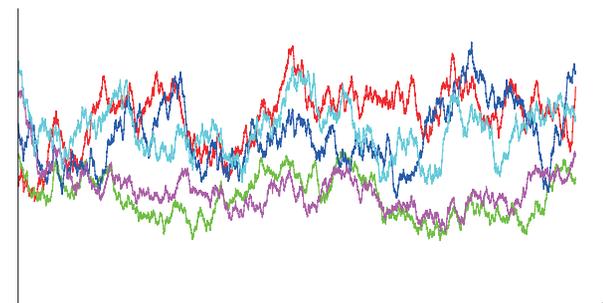
偏りのある確率過程モデル

木川講師は確率過程モデルの中でも特に、生存時間解析や統計地震学といった偏りのある確率過程モデルの解析を行っています。生存時間解析では、新しく開発された薬剤の有効性の評価を臨床試験の生存時間データから行います。また統計地震学では、ある規則に従ってランダムに発生する本震や余震のデータから、その余震の統計的性質を解明し、余震発生の確率予測を行います。これらのデータのメカニズムは非常に複雑で、例えば生存時間解析であれば患者の死亡などによる脱落、競合リスクによる死亡といった原因でデータの欠測が生じてしまいます。また、統計地震学であれば本震直後の地震計のSN比の悪さから余震の未検出が生じます。このように当初予定していたデータに欠測が生じるデータを欠測値データと呼び、データの欠測を無視した解析は推定結果にバイアスを生じてしまいます。これらの複雑なデータに対して、データの欠測が生じるメカニズムを特定しモデルを補正することで、データが完全なものでなくても統計的推測を可能とする手法の理論構築を研究しています。

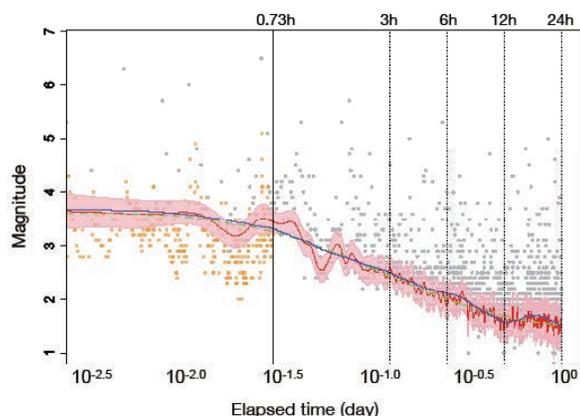
例えば、右図では2004年に発生した中越地震の本震発生後1日以内に発生した余震の検出確率を推定しています。赤線



微小拡散過程とダイナミカルシステム



多次元エルゴード的拡散過程の高頻度データ



中越地震 (2004) に対する余震の検出確率の推定

は推定された「各時刻で50%の確率で検出するために必要な余震のマグニチュード（余震の検出しにくさ）」を表しています。このように、余震は時間と共に検出しやすくなる一方で、時間変化に関して複雑な関数形となります。統計学の力によりその挙動をデータから、特に検出されたデータのみで捉え、解析することが可能となります。

研究方法と環境

統計数理科学やフィナンシャルデータ解析を研究するために、独力で図書や論文を読み、自分の手で計算するという従来の研究スタイルが要求されますが、それだけでは十分ではありません。机上の理論で終わらせないために

- (1) 数値実験による理論検証
 - (2) 実データを用いた統計分析
- などを行い、コンピュータ関連のスキルアップをはかります。

具体的には

- (1) 数式処理ソフト：Mathematica や Maple
- (2) 統計ソフト：R 言語、Python、Julia

を使います。必要に応じて図書やノートパソコンは貸出可能ですので研究環境は整備されているといえます。この様に、当研究室の学生は統計理論とデータ解析のいずれかに偏ることなく総合的な能力の向上を目指しています。

確率モデルを用いた解析

<http://www.sigmath.es.osaka-u.ac.jp/prob/>

ランダムネスを含む時間と共に発展する自然 / 社会現象や、現象の観測・計測に際してノイズや不確実性が生じる場合の数理モデルとして、確率過程モデルは広く用いられています。例えば、金融市場の解析には資産 / 証券価格過程の確率微分方程式モデルが、気象予測モデルにおいてはランダムネスを含んだ確率偏微分方程式モデルが、それぞれ重要な役割を果たしています。本研究室では、隣接する深澤研究室と協働しつつ、(i) 確率過程モデルやその最適制御手法に関する理論研究、(ii) コンピュータを使った確率過程モデルの数値解析手法の研究、(iii) 数理ファイナンス、保険数理をはじめとした様々な分野への応用研究、に関心を持って研究を行っています。



関根 順 教授

sekine@sigmath.es.osaka-u.ac.jp



山戸 康祐 助教

yamato.kosuke.es@osaka-u.ac.jp

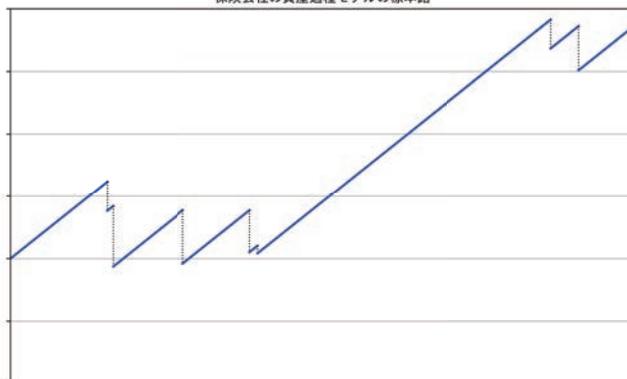
研究の背景

確率過程を用いた数理モデルは様々な分野で応用されています。数理ファイナンス・金融工学分野では資産や証券価格の変動を確率微分方程式を用いて表すモデルが広く用いられており、保険数理分野では損害保険の累積請求額が複合ポアソン過程などのジャンプ型確率過程でモデル化されます。これらのモデルを通じた考察から、投資のリスクヘッジや保険料の設定について知見を得ることができます。確率モデルを用いる分野は他にも物理学（特に統計力学）、数理生物学、経済学など多岐に渡り、多種多様なモデルが存在しています。当研究室では特に確率過程を用いた数理モデルを中心に研究を行っています。

確率モデルは、現実世界のランダムネスを含む現象を確率論を用いて数学的に表現します。出発点は現実の問題ですが、必ずしも個別的な問題のみを扱うわけではなく、現象を数学的に抽象化して扱うため、一見大きく異なる現象が共通の構造をもつ確率モデルとして定式化されることもしばしばあり、普遍的な側面もあります。例えば、保険会社の資産過程は典型的には正のジャンプをもたないマルコフ過程として定式化され、その消滅確率や消滅時刻の確率分布（破産の確率や破産時刻に相当）を知ることは重要な課題となります。このような正（または負）のジャンプをもたないマルコフ過程は待ち行列理論や分枝過程にも表れ、消滅確率・消滅時刻はこれらの過程の性質を特徴づける重要な対象となっています。また一層高い立場から破産の問題を見れば、確率過程がある状態に到達する時刻の分布を考察することに他ならず、これはある種の（偏）微分方程式の境界値問題を考えることに相当し、理論的にも自然で重要な問題設定となります。

このような普遍性的一方で、対象とする問題に由来する確率過程の特徴的な構造や特定の問題意識が重要な場面もあります。例えば、上で挙げた保険会社の資産を表す確率モデルを考察する場合、正のジャンプをもたないという性質と、関連する確率過程の定常性・独立増分性を用いることで、多様な量を明示的に計算することができ、一般の場合には手をつけられないような複雑な問題にアプローチできます。また現実への応用に駆動された問題は、従来の理論構成では目を向けられていなかった新たな問題を提示することがあります。例えば、マルコフ連鎖の定常分布への収束に関する理論は非常に古典的ですが、その収束の速さが盛んに研究され出したのは比較的最近のことです。このような問題はマルコフ連鎖モンテカルロ法のような確率分布のサンプリングアルゴリズムへの応用から、近年一層関心がもたれています。

保険会社の資産過程モデルの標本路



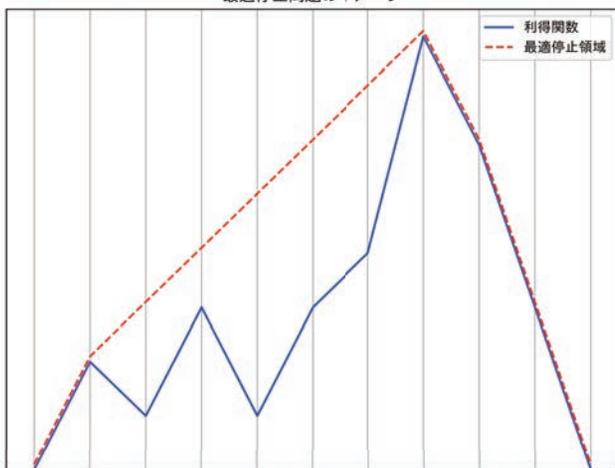
確率制御理論

確率制御理論は不確実性を伴う動的な現象に対する最適な意思決定法を数学的に考察する分野です。現実の多数の意思決定過程は不確実性を内包しているため確率制御理論は経済学、工学、生物学などを含め、極めて広範な応用をもちます。

数理ファイナンスでは金融市場の不確実性を確率過程を通じて表現するため、時間の経過に伴って得られる情報を用いて、一定の意味で最適な戦略を導くことが問題となります。例えば、金融市場での取引によって得られる富の「満足度」を最大化するという、効用最大化問題を考えます。この問題では、金融商品を確率過程として定式化し、時間に沿って適切にポートフォリオを組み替え、与えられた利得関数（満足度に相当）を最大化することが目標になります。

最適な戦略を導くために、変分法に基づいた確率的最大原理や、動的な観点に基づく動的計画法が重要な役割を果たします。これらの手法により、確率制御問題は後退確率微分方程式と呼ばれる方程式やハミルトン-ヤコビーベルマン方程式と呼ばれる非線形偏微分方程式の解析と関連付けられます。このように、確率制御理論は、関連諸分野への応用だけでなく、確率解析・偏微分方程式論の理論的な発展にも密接に関連した、興味深い研究分野です。

最適停止問題のイメージ

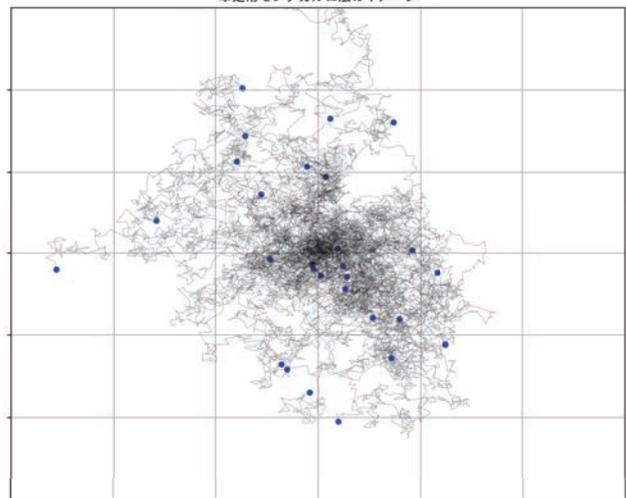


消滅を伴う確率過程の解析

数理ファイナンスや保険数理の問題では破産現象が存在し、それは確率過程では消滅として定式化できます。このため消滅を伴う確率過程の解析が必要となります。

消滅を伴う確率過程は長期的にはほとんどが消滅してしまうため、保存的な確率過程における平衡状態への収束（エルゴード性）のように、安定した状態に達することは期待できません。しかし、このような場合においてもある種の安定性は存在します。長期的には消滅してしまうとしても、ひたすら予測不可能な乱雑な振舞をするのか、それともある程度典型的といえる振舞をもつのか、ここには大きな差があります。大雑把に言って、後者の場合のように適切な時間スケールで見ると平衡しているとみなせる状態（準定常分布）をもつ場合、その確率過程は準定常性をもつといいます。準定常性の有無は消滅をもつ確率過程の長期的な挙動や消滅の発生レートを大きく特徴づける要素で、数理ファイナンスや保険数理に留まらず、様々な分野から関心をもたれ、近年精力的に研究されています。例えば、非平衡統計力学や確率的探索アルゴリズムにおいては、局所的な安定状態（準安定状態）の解析が問題となります。このような状態は時間を無限大に飛ばすような理論的な極限においては例外的で些末な状態として無視できますが、現実的な時間スケールでは無視できない可能性があります。このような中間的な状態を扱うのは困難な問題ですが、準安定状態を準定常性を用いてモデル化することでアプローチできます。他にも準定常モンテカルロ法というマルコフ連鎖モンテカルロ法の準定常性バージョンといえるものが考案されるなど、研究は広がりを見せています。

準定常モンテカルロ法のイメージ

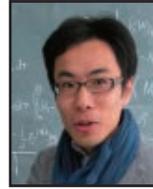




確率解析とその応用

<http://www.sigmath.es.osaka-u.ac.jp/prob/>

確率解析は、ブラウン運動を代表とするランダムな粒子の軌跡に関する微分積分学です。軌跡で微分したり積分したりするので、無限次元の解析学ということになります。当研究室では確率解析及び関連する理論の研究を通して、自然現象・社会現象を解析するための枠組みを構築しています。ファイナンス数理モデル研究グループ(関根研究室)と密接に連携を取りながら、講座を運営しています。



深澤 正彰 教授

fukasawa@sigmath.es.osaka-u.ac.jp



星野 壮登 准教授

hoshino@sigmath.es.osaka-u.ac.jp

研究の背景

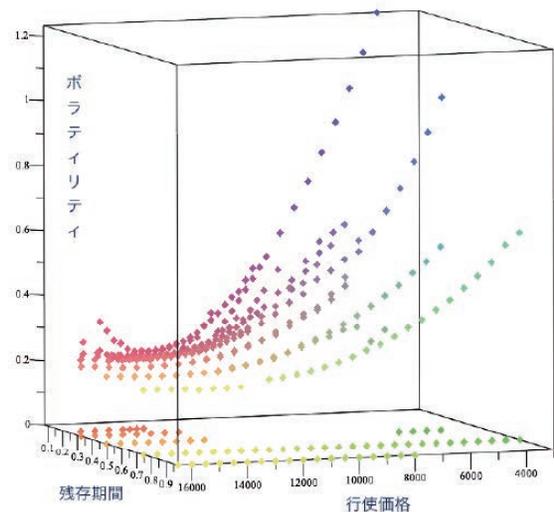
株を売買して資産運用するとしましょう。そのとき最終的な運用収益は、株の保有量を株価の軌跡に沿って積分した値となります。株価の軌跡はとてもギザギザしていますが、このとてもギザギザな軌跡に対する積分の理論が確率解析です。ブラウン運動を最初に数学的に考察したのはバシェリエ(1900年)で、彼は株価のモデルとしてブラウン運動を扱いました。次いでアインシュタイン(1905年)

が、当時まだ仮説でしかなかった原子論(目に見えない分子の存在)の検証のために、溶媒分子による衝突の結果としてブラウン運動の性質を予言しました。今となつては分子の存在は常識ですが、その最初の証拠はブラウン運動の解析を通してもたらされたのです。それ以降の確率解析の自然現象・社会現象への応用例は語り尽くせません。

数理ファイナンス

上述の投資運用収益は確率積分(伊藤積分)として表現できます。するとファイナンスの問題がすべて確率解析の問題に対応することになります。ファイナンスの問題意識に基づいて、対応する確率解析の問題を考察するのが数理ファイナンスです。経済活動にはリスクが伴います。このリスクを取引して最適に配分し、社会の厚生を上げるために金融派生商品とオプション市場があります。数理ファイナンスの基本問題は、金融取引を通じてどのようにリスクを減らす(ヘッジする)かです。金融システムが国際化、高速化、複雑化した現在、この分野の研究は世界の経済を左右し得る重要なものです。

ボラティリティ・サーフェス (市場価格とブラック・ショールズ価格との乖離)



確率偏微分方程式の繰り込み

自然科学では様々な現象を微分方程式で記述しますが、その解はあくまで理論値です。実際には様々なノイズの影響を受け、現象は理論値から揺らぎます。そのような揺らぎを含めた解析を行なうのが、確率微分方程式 (stochastic differential equation, SDE) や確率偏微分方程式 (stochastic partial differential equation, SPDE) という分野です。SDE では時刻のみに依存する現象を扱いますが、SPDE では複数の変数 (例えば時刻と空間の両方) に依存する現象を扱います。

SPDE の数学的な難しさは、ノイズの影響によって解の正則性が低くなることにあります。例えば SDE でよく扱わ

れる Brown 運動は、連続ですが至るところ微分できない関数を与えます。SPDE の場合はさらに厄介で、正則性が負の関数が現れたりします。微分方程式には未知関数の積がよく現れますが、正則性が負の関数同士の積を考えるの是一般には不可能です。しかし性質の良い特殊な SPDE では、「繰り込み」という無限大を含む演算を施すことで積が定義できる場合があることが知られていました。

より一般の SPDE の繰り込みは、最近新しい理論が登場してようやく可能になりました。Hairer (2014 年 Fields 賞) の正則性構造理論や、Gubinelli、Imkeller、Perkowski のパラ制御解析です。これらのブレイクスルーにより、SPDE の研究はここ数年急速に発展しています。また最近ではこれらの理論の数学的な構造も活発に研究されています。

繰り込みの例

$$M_\varepsilon \left(\begin{array}{c} \circ \\ \diagup \quad \diagdown \\ \circ \quad \circ \\ \diagup \quad \diagdown \\ \circ \quad \circ \end{array} \right) = \begin{array}{c} \circ \\ \diagup \quad \diagdown \\ \circ \quad \circ \\ \diagup \quad \diagdown \\ \circ \quad \circ \end{array} - 3C_\varepsilon \left(\begin{array}{c} \circ \\ \diagup \quad \diagdown \\ \circ \quad \circ \\ \diagup \quad \diagdown \\ \circ \quad \circ \end{array} \right) \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \bullet \alpha \end{array} - C_\varepsilon \left(\begin{array}{c} \circ \\ \diagup \quad \diagdown \\ \circ \quad \circ \\ \diagup \quad \diagdown \\ \circ \quad \circ \end{array} \right) \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \bullet \alpha \end{array} \\ + 3C_\varepsilon \left(\begin{array}{c} \circ \\ \diagup \quad \diagdown \\ \circ \quad \circ \\ \diagup \quad \diagdown \\ \circ \quad \circ \end{array} \right)^2 \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \bullet \alpha \end{array} - C_\varepsilon \left(\begin{array}{c} \circ \\ \diagup \quad \diagdown \\ \circ \quad \circ \\ \diagup \quad \diagdown \\ \circ \quad \circ \end{array} \right) \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \bullet \beta \end{array}$$

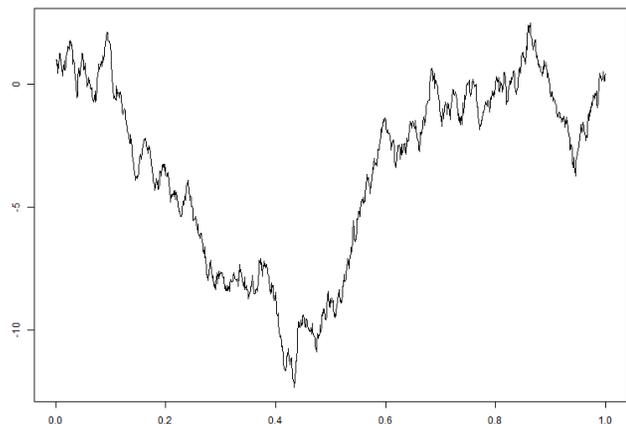
経路ごとの確率解析

株 価などの危険資産価格をグラフに表すと、非常にギザギザとした振る舞いをするのが知られています。そういった資産を運用した場合、資産全体の価値は保有量を資産価格の動く経路に沿って線積分 (特に伊藤積分と呼ばれるもの) した値で得られることになります。株価のような複雑な変動を持つ経路による線積分は古典的な微積分学の範疇では扱えないため、従来は確率積分という方法で取り扱われてきました。

実際に確率積分を構成するには、株価の動きが確率的な意味ではわかっている必要があります。数学的に言えば、確率空間や確率測度という対象が事前に与えられているということを意味します。このように確率積分は現象の背景にある確率に依存するわけですが、その確率を実際に知ることは容易ではありません。ですから、確率モデルの選択にできるだけ依存しない形で確率解析の理論を展開することは、応用上有用であると考えられます。特に近年、ファイナンスにおける以上のような問題意識から、確率モデルになるべく依存しないような形で複雑な経路による線積分を取り扱う試みが盛んになっています。そのような理論のうちには、純粋に解析的な方法によって経路に沿った伊藤

積分を調べるものがあります。この理論は経路ごとの確率解析などと呼ばれています。経路ごとの確率解析の研究を進めることで、先に述べた応用面での利点がある他、理論的にも従来の確率解析の適用範囲を広げられることになります。当該分野が盛んに調べられるようになったのは比較的最近のことであり、今後も大いに発展が期待されるものとなっています。

複雑な変動を持つ経路のイメージ



マルコフ過程に関連する極限定理とその応用

<http://www.sigmath.es.osaka-u.ac.jp/prob/>

時 間と共に変化する偶然現象の数学モデルである確率過程、特にマルコフ過程と呼ばれるクラスの確率過程に対し、極限定理の確立とその応用についての研究を行っています。極限定理とは、何らかの極限をとることによって浮かび上がる普遍的な性質について記述するものです。本研究室は関根・深澤両研究室と協働で研究・教育活動を行い、数理ファイナンスや保険数学等への様々な応用も探ります。

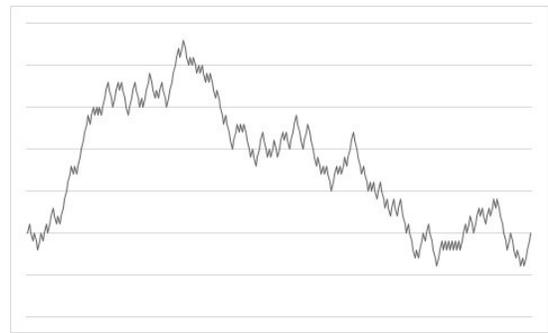


矢野 裕子 教授
y.yano.es@osaka-u.ac.jp

研究の背景

確 率過程は、自然界や社会において観察される、時間と共に変化する偶然現象の数学モデルです。未来の法則が現在状態のみで決定し過去の経過の影響を受けない性質を持つ確率過程をマルコフ過程といいます。最も基本的なマルコフ過程はブラウン運動で、コイン投げによって作られるギザギザの

不規則運動（ランダムウォーク）の標本路のスケール極限として現れます（ドンスカーの不変原理と呼ばれる極限定理です）。極限定理を考える目的は、ランダムウォークからブラウン運動が現れるというような、例えば長い時間経過したものを遠くから眺めることによって、何らかの普遍性を見出すことにあります。



ランダムウォークの標本路

伊藤の周遊理論

マ ルコフ過程の標本路が原点に滞在する時間は測度ゼロですが、原点付近に滞在する時間の密度として局所時間が定義されます。局所時間を用いると、標本路を、原点を出発して原点へ戻る小さい標本路に分解することが出来ます。この小さい標本路は周遊（excursion）と呼ばれます。伊藤清は

1960年代に、周遊の全体が周遊空間と呼ばれるある関数空間に値をとるポアソン点過程を定め、その法則が周遊空間上のシグマ有限測度によって特徴付けられることを示しました。伊藤の周遊理論によって、マルコフ過程の標本路の詳しい性質を調べることが出来ます。

逆正弦法則

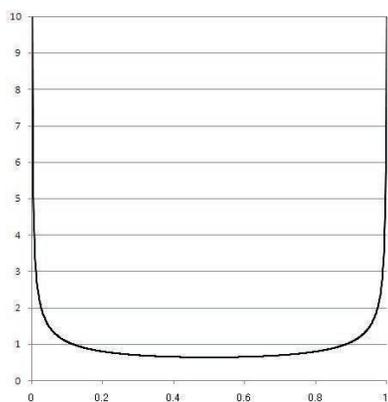
逆正弦法則は、1939年にフランスの数学者 Paul Lévy によって得られた、一次元ブラウン運動の正側滞在時間分布に関する結果です。正側滞在時間分布は滑らかな関数 $f(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{x(1-x)}} (0 < x < 1)$ を密度関数として持ちます。この関数は下のグラフを見て分かる通り、区間の両端点で発散する U 字型曲線です。尚、密度関数を積分した分布関数が $F(x) = \frac{2}{\pi} \arcsin \sqrt{x} (0 \leq x \leq 1)$ とな

ることから、この分布は逆正弦法則と呼ばれます。この定理が意味するところは、ある時刻までに一次元ブラウン運動が正側に滞在する時間の割合は、丁度半分の 1/2 に近いことは尤もらしくなく、0 か 1 に近いことが尤もらしい、ということです。この興味深い定理は、これまでに様々な確率過程に対して一般化が考察されてきました。例えば、歪ベッセル拡散過程の正側滞在時間分布の確率密度関数は以下であることが知られています (但し、 $0 < \alpha < 1, 0 < p < 1$) :

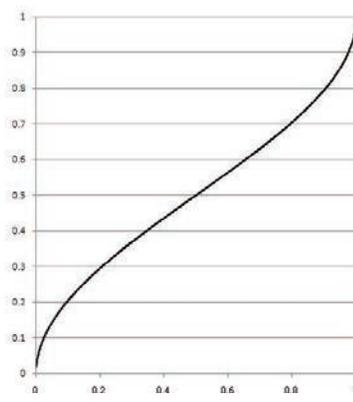
$$f_{\alpha,p}(x) = \frac{\sin \alpha \pi}{\pi} \frac{p(1-p)x^{\alpha-1}(1-x)^{\alpha-1}}{p^2(1-x)^{2\alpha} + (1-p)^2x^{2\alpha} + 2p(1-p)x^\alpha(1-x)^\alpha \cos \alpha \pi}, \quad 0 < x < 1$$

この分布は Lamperti の法則と呼ばれます。($\alpha = p = 1/2$ の場合が一次元ブラウン運動の逆正弦法則です。) 一次元拡散過程への一般化の研究として、分布関数の端点における漸近挙動に関する研究 (笠原 - 矢野 (2005)) や密度

関数の存在と連続性及び端点における漸近挙動に関する研究 (渡辺 - 矢野 - 矢野 (2005))、マルチレイ上の拡散過程の滞在時間同時分布に関する研究 (矢野 (2017)) 等の結果が得られています。



密度関数 $f(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{x(1-x)}}$ のグラフ



分布関数 $F(x) = \frac{2}{\pi} \arcsin \sqrt{x}$ のグラフ

処罰問題

2000年代にフランスの Marc Yor たちによって、ブラウン運動にある重みをかけて正規化したものの長時間極限が調べられました。処罰問題 (penalisation) と呼ばれる問題です。例えば最大値過程の関数で重み付けたときに得られる極限測度の下では、もともと再帰的であった過程が過渡的になり、更にある時点から最大を更新出来なくなります。このような様子が「処罰」と名付けられた所以です。また、極限測度は Azéma-Yor マルチンゲールと呼ばれる確率過程によって特徴付けられますが、Azéma-Yor マルチンゲールは処罰問題以

外の問題でもしばしば注目されるものであり、様々な問題との関係性が示唆され、そのため処罰問題は広く関心が持たれています。処罰問題は、安定過程への一般化が考察され、その構造の一端が明らかになりました (矢野 - 矢野 - Yor (2009, 2010)、矢野 (2013) 等)。これらの研究には伊藤の周遊理論が用いられ、消滅過程の調和変換を通して処罰問題が論じられています。処罰問題には解決されるべき問題がまだ多く残っており、その解決と応用の考察が本研究室の研究テーマの一つです。

情報化社会を支えるシステム制御理論

<https://www.cis.sys.es.osaka-u.ac.jp/>

サイバーフィジカルシステムは、スマートフォン・PC・タブレットに加え、自動車・家電・住宅・ドローン・ロボット・人工衛星など様々な機器が通信やセンシングによってつながることで、大規模なネットワークシステムになります。このような大規模システムにはスケーラビリティやロバスト性が備わった管理技術が求められます。本研究室では、サイバーフィジカルシステムに関する技術革新を起こすため、制御理論・最適化・グラフ理論・群論・多様体論・ニューラルネットワークなどを用いて課題の本質を捉えた理論体系を構築し、それを群ロボット・ドローンやスマートモビリティなどへ応用する研究を行っています。



櫻間 一徳 教授

sakurama@sys.es.osaka-u.ac.jp

研究背景とアプローチ

サイバーとフィジカルの融合によって、経済発展と社会的課題の解決を両立する社会「Society 5.0」の実現は、科学技術発展の重要な方向性として位置づけられています。このような社会では、モノ同士が通信・センシングを介してサイバー的につながったネットワークシステムが大規模化していきます。モノとして、スマートフォン・PC・タブレットに加え、自動車・家電・住宅・ドローン・ロボット・人工衛星など様々な機器があり、これらが社会インフラの基盤となることが見込まれています。このような大規模システムの管理には、負荷がシステムの規模によらない「スケーラビリティ」、システムの部分的な故障への耐性「ロバスト性」が求められています。その実現のために、現在、様々な技術の研究開発が進められています。例えば、制御工学の分野では、モノが通信・センシングによって得られる局所情報のみを用いて「分散制御」するための技術が研究されています。これらは、将来、社会インフラを高機能・高効率化するための技術基盤になることが期待されています。

本研究室では、数理的アプローチによってサイバーフィジカルシステムにおける技術革新を起こすというミッションに向けて、理論・応用の両面から研究を行っています。理論面では、制御理論を軸に、最適化・グラフ理論・群論・多様体論・ニューラルネットワークなどの数学的ツールによって課題の本質を捉えた理論体系を構築しています。応用面では、群ロボットの実機検証や電力・交通システムへの応用を企業との共同研究で進め、構築した理論の実用可能性を拡大しています。今後は、他分野の技術との融合で、SDGsの実現に向けて様々な社会課題を解決する研究を目指します。

自律移動エージェント群の分散制御

自律移動するエージェントが通信やセンシングによってつながりタスクを実行する「自律移動エージェント群」は、様々な応用が期待されるサイバーフィジカルシステムの一つです。例えば、ロボット群によるマッピング・倉庫管理、ドローン群によるビル点検・荷物搬送、人群の誘導、自動運転車の隊列走行などの応用が考えられます。エージェント同士は相対位置を互いに観測するため、得られる情報は自身の位置・姿勢およびセンサの種類・性能に依存します。本研究では、このような状況によって異なる情報をもとに共通のタスクを実行するための分散制御法を開発します。具体的な課題として、異種ロボット群・人・環境による協働制御、ドローン群やロボット群によるフォーメーション・荷物搬送、移動体群のタスクアサインメントなどがあります。



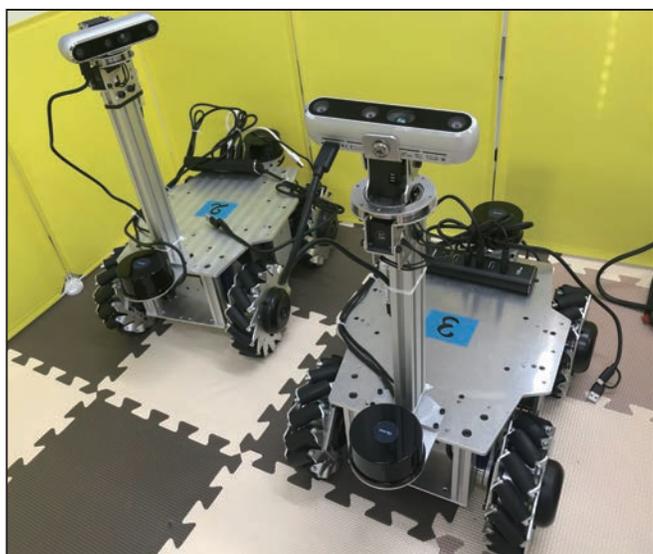
フォーメーション
ロボット群



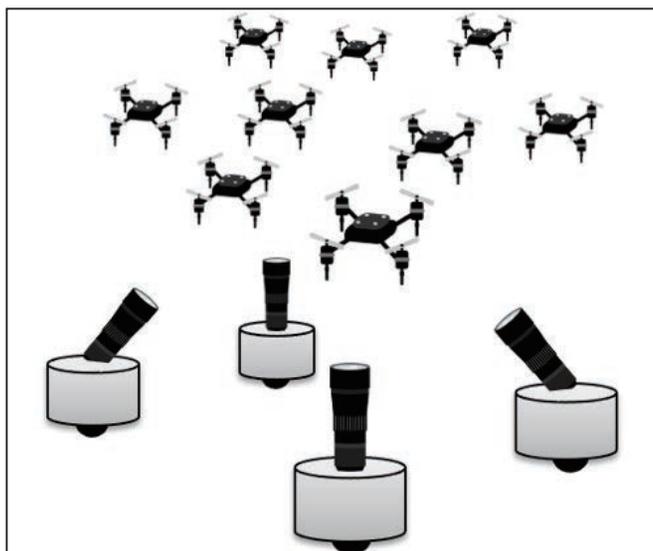
ロボット・ドローン・
作業員による協働

移動体群による リアルタイム測位・認識

リアルタイム測位や認識はスマートフォン・カーナビで日常的に使われており、移動体の自律化のための重要な要素技術です。現在の測位は、主に屋外でGPSを用いるか、実験室でモーションキャプチャなどの外部装置を用いて行われており、これらを利用できない屋内・トンネル・橋脚下などの非GPS環境での測位は難しい課題です。本研究では、複数の移動体による分散協調センシングによって、外部センサを使えない環境においても高精度なリアルタイム測位・認識を実現する技術を開発します。具体的な研究課題として、マルチエージェントによる分散協調自己・物体位置推定、複数カメラのマルチビュー学習による認識などがあります。



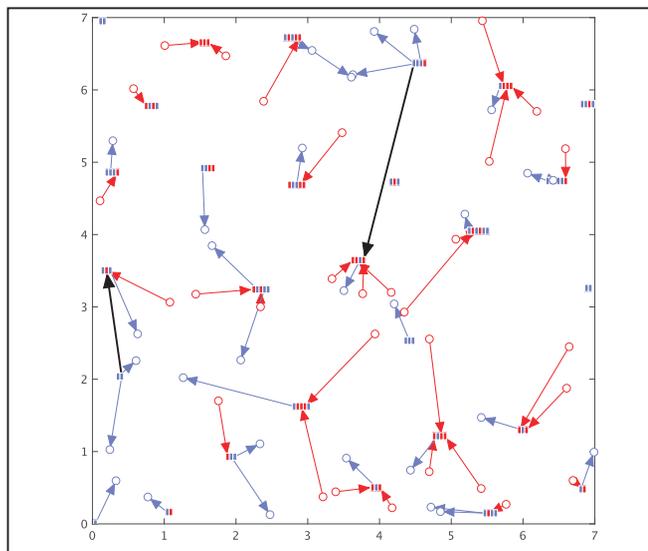
リアルタイム測位・マッピング用ロボット



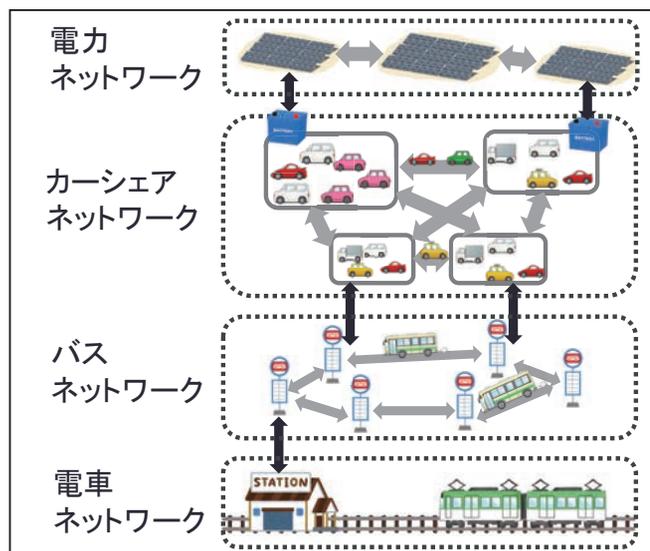
ロボット群によるドローンの測位

スマートモビリティにおける 基礎技術開発

スマートフォンやコネクテッドカーを用いた次世代交通システム「スマートモビリティ」では、渋滞・事故など交通問題の解決や新しいサービス形態（MaaS: Mobility as a Service）の創発が期待されています。本研究では、様々なモビリティやエネルギーの形態を組み合わせ、個人の移動と社会の持続可能性を両立するための基礎技術の開発を目指します。具体的には、カーシェアリングサービスにおける再配置・動的料金による車両偏在問題の解決、信号機・車両の分散制御による渋滞緩和、カーシェアリング・電車・バスなどの様々な交通手段やエネルギーマネジメントを組み合わせさせた効率的な社会サービスの設計などの研究課題があります。



カーシェアリングシステムにおける車両配送（黒線）と顧客割当（赤青線）



様々な交通手段やエネルギーマネジメントを組み合わせさせた社会サービス設計



システム数理講座 | システム計画数理研究グループ

知的で柔軟なシステム計画技法の開発

<http://www-inulab.sys.es.osaka-u.ac.jp/>

本研究室では、従来の決定科学やシステム技法に加え、情報科学や知能工学を導入した知的意思決定支援技術、システム計画技法の開発を目指しています。意思決定論や数理計画法、ファジィ理論、ラフ集合、アルゴリズム論、ゲーム理論などの基礎理論を研究するとともに、これらに基づいた新しい意思決定法、システム評価手法、モデリング、最適化手法、データ解析手法、社会システム技法、分散最適化法、自律分散アルゴリズム、ソフトコンピューティングなどの開発と応用を行っています。



乾口 雅弘 教授
inuiguti@sys.es.osaka-u.ac.jp



林 直樹 准教授
n.hayashi@sys.es.osaka-u.ac.jp



関 宏理 助教
seki@sys.es.osaka-u.ac.jp

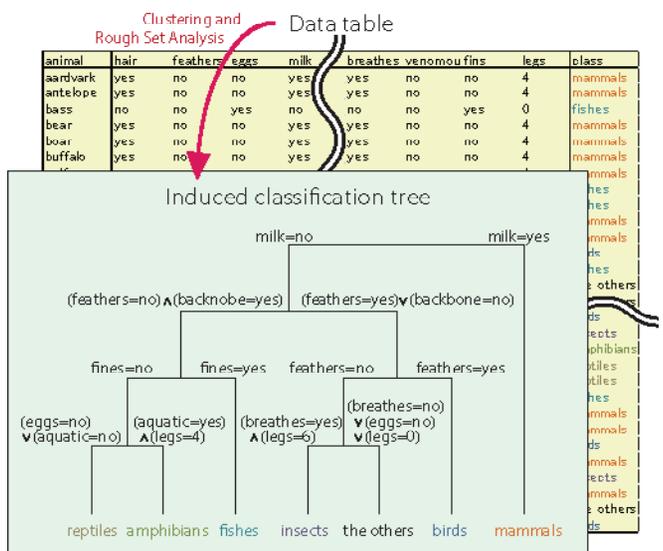
柔軟な知的決定支援をめざして

当研究室では、種々の状況下での意思決定を支援するための理論と方法を研究し、現実問題への応用をめざしています。問題設定とともに人の望みや好みを数理モデルで表現し、合理的な評価基準や判断基準を定め、最適化を行うこと他、熟練者や専門家の知識や推論をモデル化し、決定支援に役立てることを考えています。

結果が明確にわからない場合や現況がはっきりと把握できていない場合には、不確実性のもとで決定を下さなければなりません。ファジィ理論を用いて不確実性を取り扱い、可能性と必然性といった概念に基づいた新しい決定方法を提案し、種々の問題設定での効率的な解法を研究しています。不確実性を可能性と必然性で扱えば、問題が扱いやすくなることが多く、この性質を活かした一般化をめざしています。

また、人による評価は一つの実数値で表せるほど厳密ではなく、ある程度幅を持っていると考えられます。一対比較などによる人の好みに関するデータから評価値を一つの値で与える

数理モデルで選好を表すのではなく、幅をもった区間で評価値を与える区間モデルで柔らかく選好を表す方法を研究しています。評価値が幅をもつことにより、代替案比較における確信度や評価者がどこまで譲歩できるかを示す許容度などが評価できるようになります。多基準意思決定やグループ意思決定などの複雑な問題へ、これらのロバストネスやトランスに関する



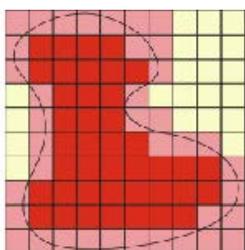
生物データの解析結果

階層的クラスタリングとラフ集合によるルール抽出法を用いた解析結果。分類ツリーにおける分岐点の左右に示した記号は条件を示している。



ファジィ集合

ファジィ集合は境界がはっきりしない集合



ラフ集合

ラフ集合は境界がブロックで集合を内と外から近似したもの

数理計量フuzzy論講座
統計的推測決定研究グループ
数理計量フuzzy論講座
フuzzy論数理モデル研究グループ
数理計量フuzzy論講座
確率解析研究グループ
数理計量フuzzy論講座
確率過程論研究グループ
システム数理講座
制御情報システム研究グループ
システム数理講座
システム計画数理研究グループ

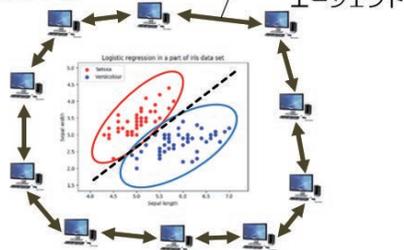
過去の種々の評価データを活用して評価・決定した方が決断しやすく、その正しさに確信をもてるかと思えます。本研究室では、意思決定支援に向けたデータ解析に関しても研究を行っています。特に、人による評価は矛盾していたり、曖昧であることが多いことから、データ間の矛盾を合理的に処理して扱うラフ集

合理論や、曖昧さをうまく扱うファジィ推論モデルを研究しています。評価に関連する重要な要因を見出したり、データを if-then ルールを用いて人に分かりやすい形で要約する方法を研究するとともに、現実のデータへの適用を試みています。

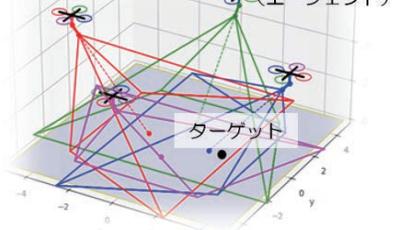
マルチエージェントシステムによる分散最適化・機械学習

自律的に意思決定を行う行動主体をエージェントといい、多数のエージェントから構成されるシステムをマルチエージェントシステムといいます。マルチエージェントシステムでは、エージェントが相互に影響を及ぼし合うことでシステム全体の振る舞いが決まります。IoT やビッグデータ処理に代表されるように、近年、多数のサブシステムが有機的に結合した大規模システムにおける最適化や制御の重要性が増しています。このような大規模システムは、個々のサブシステムをエージェントとし、サブシステム間のつながりをネットワークで表現することで、マルチエージェントシステムとしてモデル化できます。本研究課題では、このような大規模ネットワーク化システムに対し、ネットワークを介した相互作用によりサブシステム同士を巧みに連携させ、自律分散的にシステム全体としての目的を達成するための分散最適化や協調制御について、数理的アプローチによる基礎理論の構築を行っています。また、複数のエージェントで自律分散的に学習を行う協調機械学習への分散最適化の応用やセンサネットワークへの協調制御の応用などにも取り組んでいます。

分散最適化に基づく エージェント間の情報伝達
協調機械学習



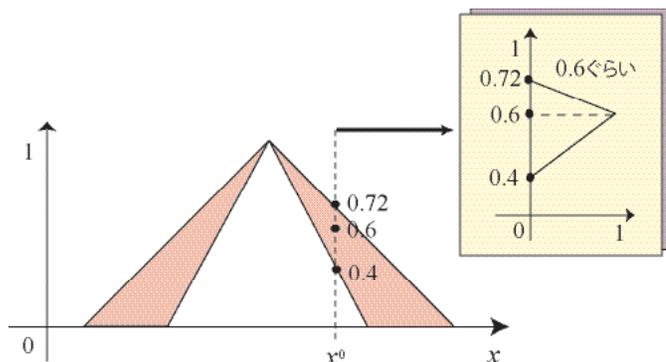
協調追跡制御 カメラ付きドローン (エージェント)



分散最適化と協調制御：複数のエージェントがネットワーク上の情報伝達を介して自律分散的に最適化や制御を行う。

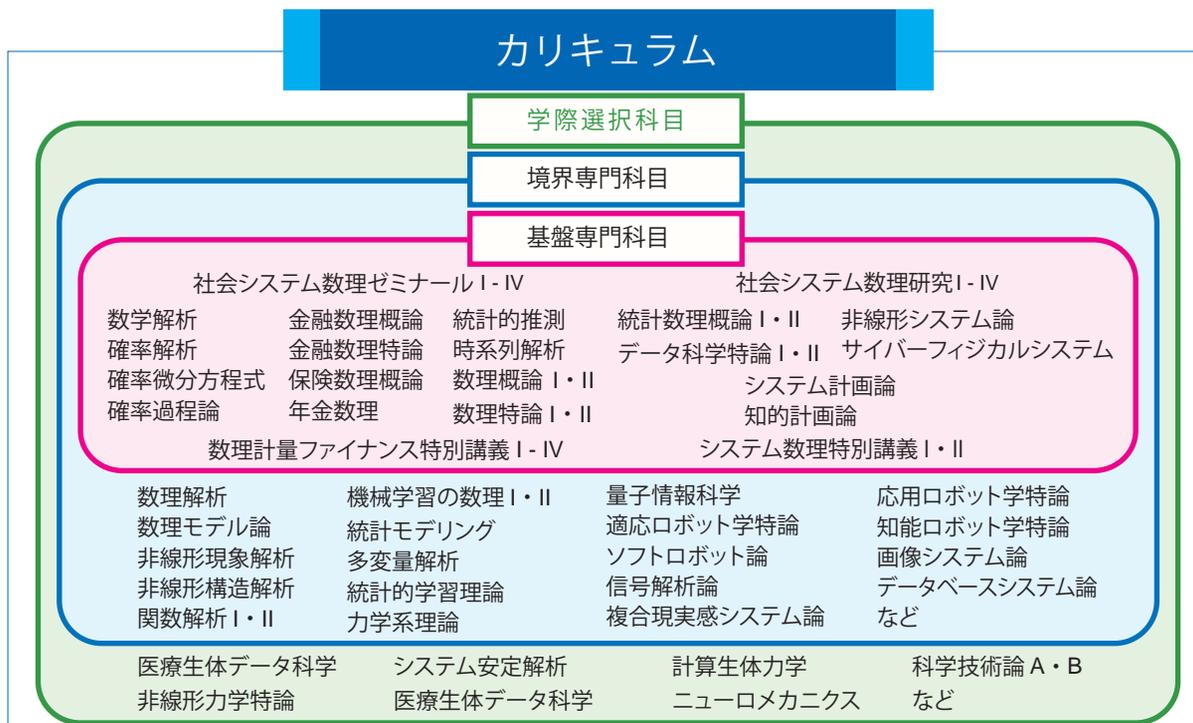
データを柔軟に処理するソフトコンピューティングと計算知能

通常、我々が用いている言葉や思考、判断は極めて曖昧です。たとえば、「彼は非常に背が高い」、「もう少し右」、あるいは「おそらく速い」のようなものです。このように人間は極めて漠然とした言葉を使ったとしても、それで意味が通じ、理解することができます。一方、コンピュータは高速な計算が得意なものの、「見る」、「聞く」、「直感的に理解する」というような人間が簡単に行えるようなことは苦手としています。このように人間は緻密な計算は苦手であるものの大まかな思考や判断を得意としていることから、コンピュータのような過度な精密さを求めるよりも、扱いやすさ、頑健性、低コストを重視する情報処理を目指そうとする研究としてソフトコンピューティングが存在します。このようなソフトコンピューティングの概念により、これまでコンピュータで行いにくかった曖昧さを含んだデータを処理できるようになりました。膨大で複雑であり、曖昧性を含むデータを取り扱うことが要求される昨今で、柔軟な処理が可能であるソフトコンピューティングはデータ処理において多大な成果を挙げることが期待されています。ソフトコンピューティングを構成するものとして様々な方法論が存在しますが、代表的なものには「ファジィシステム」、「ニューラルネットワーク」、「進化計算」と呼ばれる計算知能手法が注目を浴びています。このような計算知能手法による意思決定支援ができるようなモデルの提案を行い、医療診断、バイオインフォマティクス、経済データ分析、人狼ゲームの役職推定など、様々な分野へ応用するための研究を行っています。また、計算知能手法を安全・信頼して使用するための理論的性質の解明もっており、理・工・医・生命・情報科学を横断するような研究を目指しています。



タイプ2 ファジィ集合：各要素の帰属度が「0.6 ぐらい」というように曖昧にしか与えられないファジィ集合。

カリキュラム



就職状況

社会システム数理領域の就職窓口として基礎工学部数理科学コースと知能システム学コースがあり、毎年120社を超える求人があります。業種も電気、通信、情報、製薬、金融、機械、重工、製鉄など多岐に渡っています。また、官公庁や大学へ就職する学生もいます。主な就職先は以下のとおりです。

1. 企業会社

- 電気関係： パナソニック、東芝、日立製作所、三菱電機、シャープ、日本電気、ソニー
- 情報・通信関係： 日本IBM、富士通、NTT (R&D、西日本、ドコモCS関西、コミュニケーションズなど)、NHK、毎日放送、日本マイクロソフト、KDDI、サミットシステムサービス、NSD、日本HP、ヤフー、DeNA、野村総合研究所、三菱UFJインフォメーションテクノロジー、LINEヤフー、PwCコンサルティング、セリオ、シーエーシー
- システム関係： インフォコム、日鉄ソリューションズ、三菱UFJインフォメーションテクノロジー、富士通フロンテック、三菱コントロールソフトウェア
- 製薬関係： 武田薬品工業、サノフィ・アベンティス、アステラス製薬、小林製薬、P&G
- 金融・保険関係： 三井住友銀行、三菱UFJ信託銀行、三井住友信託銀行、SMBC日興証券、大同生命保険、三菱UFJ銀行、ゴールドマンサックス証券、野村証券、日本生命、JA共済、フコク生命、大樹生命、住友生命保険、全国労働者共済生活協同組合連合会(全労済)、りそなホールディングス、損保ジャパン、大和証券、明治安田生命、三井住友海上火災保険、みずほフィナンシャルグループ、第一生命保険
- 機械・精密： トヨタ自動車、日産自動車、ダイハツ、デンソー、村田製作所、キヤノン、リコー、コニカミノルタ、富士フイルムビジネスソリューション、オムロン、ソニー、日立製作所、ファナック
- ゲーム関係： 任天堂、藤商事、GREE、ドワンゴ、クレーチャーズ
- シンクタンク： 野村総合研究所、三菱UFJトラスト投資工学研究所(MTEC)、みずほリサーチ&テクノロジーズ
- 鉄鋼・重工業： 日本製鉄、神戸製鋼、JFEスチール、川崎重工業、三菱重工業、IHI
- その他： 帝人、凸版印刷、関西電力、北陸電力、中国電力、JR西日本、JR東海、阪神電鉄、鹿島建設、高等進学塾、ベネッセ、博報堂、三井物産、住友商事、アクセンチュア、協和キリン、ENEOS

2. 官公庁・国立研究所

厚生労働省、農林水産省、総務省、統計数理研究所、特許庁

3. 国公立大学

大阪大学、東京大学、九州大学、鹿児島大学、大阪公立大学、兵庫県立大学、静岡大学、滋賀大学、神戸大学

4. 私立大学

駒澤大学、早稲田大学、関西学院大学、関西大学、同志社大学、大阪電通大学、明星大学、大東文化大学、法政大学、立命館大学、摂南大学

5. 高等学校

大阪府立高校、高槻高校、清風南海高校

大阪大学 大学院基礎工学研究科 システム創成専攻 社会システム数理領域

<http://www.sigmath.es.osaka-u.ac.jp/ssm/>

〒560-8531 豊中市待兼山町1-3

社会システム数理領域 事務室

TEL: 06-6850-6096 FAX: 06-6850-6097