高次因子分析モデルと階層因子分析モデルについて

○松田淑美*　　狩野　裕**
*大阪大学大学院人間科学研究科　**大阪大学大学院基礎工学研究科

1. はじめに　因子分析（factor analysis）は，観測された変数から，その背後に潜む構造を探る方法である．本発表では，因子分析モデルの発展形のひとつである高次因子分析モデル（higher–order factor analysis model）と階層因子分析モデル（hierarchical factor analysis model）に焦点をあてる．

階層因子分析モデルは知能研究との関連で重要な道具であったが，現在でも，探索的因子分析では，斜交解より階層モデルを用いるべきだとする向きがある．一方，高次因子分析モデルと階層因子分析モデルとは共に心理学における尺度構成に重要な役割を果たす．両モデルはSEMの枠組みでは非常に簡単に実行できる．

2. 高次因子分析モデル　高次因子分析モデルは，通常の因子分析における複数の因子を，さらに少数の因子で説明するモデルである．高次因子分析モデルにおいては，通常の因子分析における因子を1次因子とよび，1次因子を説明する因子を2次因子という．同様に，2次因子を説明する因子を3次因子という．

図1は，4つの1次因子（$F_1 \sim F_4$）と1つの2次因子（G）からなる2次因子分析モデルである．このモデルでは，測定誤差は1次因子の測定時点において取り除かれており，1次因子に付随する独自因子（d）は測定誤差を含まない．そのため，この独自因子は，各因子の特殊因子（各1次因子の特徴）として解釈できる．

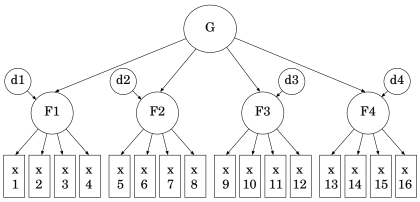

図1　2次因子分析モデル（誤差省略）

3. 階層因子分析モデル　階層因子分析モデルは，全ての観測変数を説明する一般因子（general factor）と，一部の観測変数を説明するグループ因子（group factor）からなる．このモデルには，いくつかの「層（layer)」があり，各層において，観測変数は，ひとつの因子に負荷する．層の順番は，各層に含まれる因子の数によって決まり，因子数の最も多い層が第1層となる．図2のモデルでは，$F_1 \sim F_4$ が第1層，$F_5 \sim F_6$ が第2層，Gが第3層となる．また，$F_1 \sim F_6$ がグループ因子，G が一般因子である．これらの因子は全て，互いに直交している．

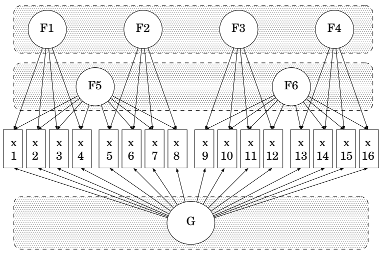

図2　階層因子分析モデル（誤差省略）

特に，2層のモデル（ひとつの一般因子といくつかのグループ因子からなるモデル）は双因子モデル（bi–factor model）とも言う（図3）.

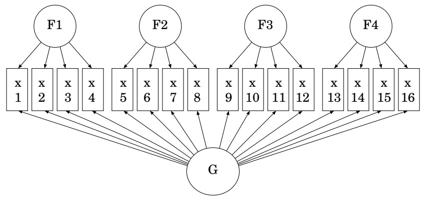

図3　2層の階層因子分析モデル

4. 2つのモデルの関係　2つのモデルはよく似ている．たとえば，2次因子分析モデルの2次因子は，1次因子を経由するが，全ての観測変数の相関（の一部）を説明しており，階層因子分析モデルの一般因子と同じような内容を示すと考えられる．また，2次因子分析モデルにおける1次因子の独自因子（d）と，階層因子分析モデルのグループ因子とは，どちらも，全ての観測変数に共通する因子（G）を除いた，各観測変数群の相関を説明する因子である．

Schmid & Leiman（1957）は，高次因子分析モデルから階層因子分析モデルを導く方法を提案している．この方法によって，たとえば，2次因子分析モデル（図1）から2層の階層因子分析モデル（図3）を構成できる．具体的には，2次因子の観測変数に対する（1次因子を経由した）間接効果が，2層の階層因子分析モデルの一般因子の因子負荷となる．そして，高次因子分析モデルの独自因子 d の観測変数に対する（1次因子を経由した）間接効果が，グループ因子の因子負荷となる．しかし，こうして構成された階層因子分析モデルでは，一般因子の因子負荷とグループ因子の因子負荷の間に制約が生じる（Yung, Thissen, & McLeod，1999）.

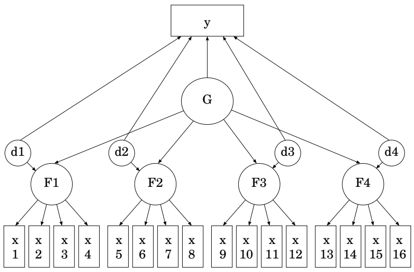

図 4　2 次因子分析モデル：y の因子への回帰

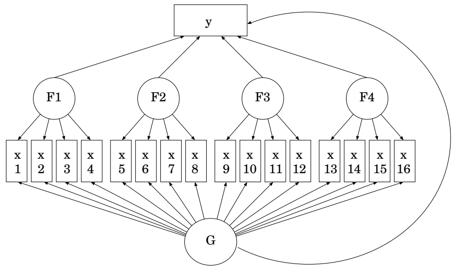

図 5　階層因子分析モデル：y の因子への回帰

反対に，階層因子分析モデルから高次因子分析モデルを構成することはできない．しかし，高次因子から，観測変数への直接効果を導入することで，階層因子分析モデルと（数学的に）等価な高次因子分析モデルを実現できる（Yung, et al.，1999）．しかしながら，全ての観測変数への直接効果を導入した場合，そのモデルは識別可能ではない．識別のためには，たとえば，高次因子からの直接効果の一部を 0 とするなどの制約を課す必要がある．

また，階層因子分析モデルでは，全てのグループ因子の間に相関を入れたモデルも推定できるが，高次因子分析モデルは，全ての d 間に相関を入れたモデルは識別可能ではない．

モデルの包含関係は，高次因子分析モデルは直接効果のある高次因子分析モデルおよび階層因子分析モデルに含まれ，さらにこれらのモデルは，因子間相関のある階層因子分析モデルに含まれる，という関係になっている．

5. 外的変数 y の因子への回帰　潜在変数間の関係に興味があり，各因子からある変数（y）への影響の大きさを検討したいことがある．その際，因子の特殊因子および一般因子が，他の変数に影響を及ぼしているかということは，興味深いことである．高次因子分析モデルや階層因子分析モデルを使えば，各因子の特殊因子と一般因子との効果を切り離して検討できる．

高次因子分析モデルにおいて，全ての独自因子および 2 次因子から，y へのパスを引いたモデル（図 4）は識別可能ではないことが知られている．推定には，パスをひとつ減らす，あるいは，一部の推定値を事前の推定値で置き換えるなどの工夫が必要である（Kano，2003；狩野，2003）．

一方，階層因子分析モデルの場合，全ての因子から y へのパスを引いたモデル（図 5）を検討することができる．このモデルは一般に推定可能であり制約を課す必要はない．この点で高次因子分析モデルよりも使いやすいといえるが，実は，高次因子分析モデルが成立している場合には，階層因子分析モデルでも識別問題が生じ推定可能でない．たとえば，Schmid & Leiman（1957）の方法により導かれた推定値をもつ階層因子分析モデルは識別可能でない．

階層因子分析モデルで外的変数を因子の上に回帰するとき，推定値が不安定になることがある．この場合，高次因子分析モデルが適合するならば，識別性の問題が生じていることが予想される．

ところで，尺度得点（観測変数に対する回答の合計得点）を用いた場合には，興味深い特徴を見逃す恐れがある．尺度得点は，因子の特殊因子と一般因子の両方を含むため，それらを区別できないのである．従来，尺度得点の悪さとして，希薄化（attenuation）に焦点があてられていたが，尺度得点を利用する際には，この点にも注意が必要であろう．

6. 終わりに　高次因子分析モデルと階層因子分析モデルを紹介し，モデル間の関係などを整理した．

2 つのモデルは，同じような内容を示す因子により構成されており，よく似たモデルである．しかしながら，モデリングの柔軟さなどの点で違いがあることがわかった．特に，ある変数との関係を検討する際には，階層因子分析モデルの方が有用な場合があることを指摘した．また，階層因子分析モデルにおいては尺度得点の利用が妥当でないケースがあり，その場合は，SEM を用いて潜在変数間のパス解析を用いるべきである．

両モデルとも心理学における尺度構成に有用である．どちらを用いるべきかは潜在構造をどのように考えるかに依存する．統計的な観点では，適合度や識別性などを考慮することになる．

なお，発表当日，実際のデータを用いた分析結果を示す．

参考文献

Kano, Y. (2003/July). Pseudo maximum likelihood estimation in SEM：Scale score versus multiple indicator. *IMPS2003*, Sardinia, Italy.

狩野裕 (2003/9). 擬最尤法と識別性 統計関連学会連合大会講演報告集，499–500.

Schmid, J., & Leiman, J. M. (1957). The development of the hierarchical factor solutions. *Psychometrika*，**22**（1），83–90.

Yung, Y. F., Thissen, D., & McLeod, L. D. (1999). On the relationship between the higher–order factor model and the hierarchical factor model. *Psychometrika*，**64**（2），113–128.